LAMENTOS DE UM MATEMÁTICO

Tradução com textos complementares

Paul Lockhart e **Keith Devlin**

Traduzido por

Peterson Silva (peterson.235@gmail.com), Tiago Madeira (tmadeira@gmail.com) e Rafael Beraldo (rafaelluisberaldo@gmail.com)

Versão 1.0

Conteúdo

Prefácio à tradução brasileira

Peterson Silva

Autor da Série Controlados e cientista social

Janeiro de 2016

Este não é um ensaio famoso, e provavelmente é apenas uma gota no oceano do debate sobre a educação. Ainda assim, considero-o primoroso por dois motivos.

Pessoalmente, ele mudou completamente minha visão sobre a matemática. Ela sempre me pareceu na escola um conjunto de mecanismos em que você põe informações de um lado e, do outro, saem... Outras informações. Um grupo de procedimentos, de técnicas. E como existem várias formas de fazer um vaso, mas apenas uma de fazer o que é lógico e, portanto, necessário (dizia minha cabeça de antigamente), jamais vi qualquer *arte* na descoberta desses mecanismos matemáticos. Utilidade, obviamente; diversão em um ou outro momento, como em probabilidade, mas não *arte*. Esse texto reverteu isso; se antes eu fazia volume entre os estudantes de humanas para quem mexer com números é algo longínquo e sem graça (para usar os "melhores" adjetivos), hoje sou muito mais aberto a ideias matemáticas. Obviamente isso continua não sendo minha especialidade, e eu preciso de muito auxílio e esforço para seguir certos raciocínios, mas… Sinto que me aproximo da matemática com *muito* menos preconceito.

E falo sério quanto a esse medo na área. A dificuldade não vêm só quando inevitavelmente nos confrontamos com os números; ela *nos leva para longe deles* em nossas empreitadas. Quantas investigações quantitativas sequer *cogitamos* fazer, mesmo sendo uma boa ideia tendo em vista o objeto de pesquisa? Quantas publicações não são nem consideradas, ao longo de uma revisão bibliográfica, por não serem compreendidas - ou pelo receio de que não o serão?

E isso tudo, creio eu, pode ser rastreado até o ensino de matemática no ensino fundamental e médio. É um desastre, e embora esse texto fale da experiência dos Estados Unidos, toda essa desgraça se aplica em muitos e muitos pontos aqui no

Brasil. O texto é poderoso em seu radicalismo: não é só uma questão da porcentagem de pessoas que é "boa em matemática" ou "ruim em matemática". O próprio "ser bom em matemática" na escola *não tem nada a ver com matemática!* Tem a ver com ser bom em seguir instruções!

Gostaria de notar que essa "desconfiança" com os números não é de todo inútil enquanto cientista social. O paradoxo da matemática é que a grande maioria ou não entende a disciplina ou não gosta dela, mas mesmo assim a respeita. Pensando bem, isso não é nada paradoxal; ensinada como um mistério divino de notações formais, a matemática não apenas compõe nota importante nos vestibulares, provas e concursos, como também é a base para muita coisa que se faz em outras disciplinas, como a física e a química. É respeitada, sim, mas sem compreensão e camaradagem, respeito transforma-se em submissão. Poucas coisas têm mais peso que estatísticas – quando usadas em debates, costumam ser uma evidência raramente questionada; são fato consumado, aquilo do qual se parte para fazer observações e tomar decisões. Aqui entra a utilidade da desconfiança entre os cientistas sociais: quando se diz que 90% disso é aquilo ou que aquilo cresceu 15% nos últimos dez anos, o que *realmente* significam esses números? O cientista social tem que saber interpretar as definições e pressuposições que, quando manipuladas, podem produzir mentiras. Desvelar esse tipo de fabricação (ou erro) tão comum na sociedade de massa é uma coisa essencial, e difícil tanto do ponto de vista analítico quanto retórico. Para um rápido exemplo, pesquisas de opinião parecem ser vistas como algo capaz de dizer o que "o povo" pensa, mas há uma riquíssima literatura, cheia de sofisticados argumentos, pondo em séria dúvida essas pesquisas (não por causa da matemática, dessa vez. Por causa de política, de sociologia). Mas por que isso não basta? Vamos a outro exemplo: ouço dizer muito nos últimos anos que o número de pobres decresceu no Brasil dramaticamente devido a uma mudança na definição de "pobre" (aumente as exigências para enquadrar alguém nessa categoria e, de repente, terá menos pobres). Isso seria um exemplo perfeito se apenas eu conhecesse o tema o suficiente para falar dele com propriedade. Mas imaginemos que isso seja verdade por um instante: é muito provável que não baste verificar se os critérios realmente mudaram, e qual a situação política que engendrou a mudança. Isso, se você quiser que seja bem fundamentado, já dá *muito* trabalho, mas digo que não basta porque para saber o peso que o fator político teve na mudança de critério você vai precisar analisar se a mudança foi justificável a partir de *outros* fatores. E então vai precisar dos números; vai precisar rever a inflação, o PIB, o coeficiente de Gini, seja o que for; há dezenas de índices econômicos potencialmente relevantes. Desconfiar dos números é um começo – mas já é, sinceramente, o feijão com arroz para nós. Não basta.

Mas considero este texto interessante por outra razão: ele vai além no debate da educação com o qual eu tenho mais contato porque ele fala da matemática, uma área que me pareceria, anos atrás, absolutamente desconexa desse tipo de discussão. A escola cumpriu seu papel em mim – no que tange à matemática, pelo menos. Me fez acreditar que ela era esse conjunto de regras e técnicas e mecanismos sem alma ou cor. E ela fez isso pegando uma característica da matemática e dando-lhe um sentido perverso: ela é de fato *lógica*. Está “gravada em pedra”, para usar uma expressão que fica bem melhor em inglês: você não faz uma descoberta arqueológica e de repente o teorema de Pitágoras não se aplica mais. Pelo menos para o que ele foi feito (no contexto de seu problema original…) ele *sempre* se aplicará. E isso, para os escolarizados, faz pensar que matemática não se discute. E se o conteúdo não se discute, a disciplina e sua organização também não.

Essa matemática, apoiada no “mito da escada” e na destruição da curiosidade natural pela lógica e pelas ideias, se reproduz na cultura de “seguir instruções” que mencionei acima. Tenho certeza de que a paixão de Lockhart por ser professor o aproximaria de John Holt e Ivan Illich. Fiquei *extremamente* surpreso por não vê-los citados nenhuma vez, mas nem precisa: “não há forma mais segura de destruir o entusiasmo e o interesse num assunto do que torná-lo obrigatório na escola” - isso poderia ter vindo diretamente de um livro de Holt. “Vários males […] são na verdade causados pela escola” - isso é a iatrogenia que Illich usa ao discutir a saúde, mas é a mesma coisa quando discorre sobre a educação. Holt e Illich são complementares: um fala das pequenas coisas e outro, das grandes; um de indivíduos, e outro, de instituições. Ainda assim, ambos querem uma educação voltada para a criatividade, para o desenvolvimento do ser humano enquanto tal – em contraste com o "treinamento" de "jovens unidades econômicas" para que façam coisas como robôs. Mas a única experiência de muitos com a matemática (a escola) nos informa que ela é justamente o território da automação; da regra fria, dura, robótica.

Por isso o texto de Lockhart é tão subversivo. Ele recupera o que Holt e Illich dizem, mas o faz por um caminho tão proibido e inesperado que você *tem* que ver Paul Lockhart como revolucionário nesse respeito. Ele é a peça que faltava, e fala com tanta naturalidade sobre isso que é como uma cena de comédia em que dois patetas tentam arrombar uma porta e não conseguem de jeito nenhum. Quando o terceiro chega, sem saber das inúmeras tentativas dos dois comparsas, percebe que a porta não está trancada, gira a maçaneta e adentra o recinto sem nenhum esforço.

Aliás, fazendo aqui um aparte, um tópico que gostaria de ver mais ressaltado na "continuação" dos lamentos (um texto extra após o original abaixo) é a questão da força de trabalho e da "competitividade no mercado global", como se uma educação mais humana e espontânea nos distanciasse do trabalho prático. Arte é resolver problemas; resolver problemas é arte. Vamos em direção a algo porque temos curiosidade e vontade, e quando nos tornamos adultos o que queremos é fazer a diferença, colaborar, trabalhar para construir nossa vida e ser úteis. Um dos leitores do trabalho original questiona se não corremos o risco de "produzir alunos que só querem resolver problemas que apelam para seus sensos de estética", mas as *inclinações* deles no futuro não são a questão; o contexto vai dar conta disso (eles têm que manter o emprego, não têm?). A questão é como melhor *ensinar;* uma vez que algo esteja bem absorvido, a aplicação prática vem.

Mas o texto de Lockhart, por mais que preencha lacunas, também tem algumas, pelo menos no contexto mais amplo em que eu o coloco. Lockhart sairia bastante aliviado de uma sessão de leituras que, a julgar unicamente por estes textos, não lhe são muito familiares – *sim*, é certo que Foucault nunca ficou conhecido por *aliviar* ninguém, mas entender as origens mais amplas desse sistema de educação "destruidor de almas" a que ele faz referência lhe daria uma dimensão mais acurada do *que* exatamente ele está enfrentando. Sua abordagem culturalista acerta na mosca em certos pontos, mas é incompleta. Não vem de uma questão de *percepção* apenas o estado de coisas do ensino de matemática – que não é o único conhecimento humano mal servido pelo sistema escolar.

Um pouco mais de perspectiva e Lockhart poderia transformar seu lamento num esforço por uma *proposta*, limite do texto assumido logo no título. Ele quer que as aulas de matemática sejam mais livres; que, "igualzinho à vida real", entendamos de uma vez por todas que cada pessoa é única e não ganhamos tanto assim medindo resultados educacionais comparativamente. Gosto de pensar que ele ficaria muito feliz de saber que não só há muitos que *pensam* como ele (em relação a *todas* as disciplinas), como há quem já *faça* como ele. Ele lecionando na Escola da Ponte ou no Projeto Âncora seria um belo *fanfic* da vida real…

Mas não é preciso sonhar tanto para se satisfazer com o que você está prestes a ler, caro leitor. Eu sou apenas rabugento e analítico demais, mas veja: eu sou uma pessoa das letras, das "humanas", das artes, que se considera transformado em relação à matemática depois do que li aqui. Foi como reencontrar um velho conhecido e descobrir que hoje temos muito mais em comum do que imaginávamos.

Dê uma chance a este fascinante compêndio de textos e eu penso que você sentirá algo muito parecido.

Sobre a tradução e os textos complementares

Ela ficou no forno por muito tempo. Completei o que faltava me apoiando na parte que já havia sido iniciada por meus colegas. Como em toda tradução, obviamente, fizemos o possível para sermos fieis – mas fizemos adaptações para que os brasileiros leiam o texto com certo conforto. Quando o autor escreve que os alunos querem "fazer menos cursos" quanto for possível de uma matéria no ensino médio para acabar logo com ela, diz isso porque nos Estados Unidos os alunos podem escolher parte da grade curricular e, portanto, podem escolher menos "cursos" de uma disciplina. Como isso não acontece no Brasil, a frase foi alterada para uma versão que ainda conserva o espírito do que foi dito, mas de um jeito mais familiar:

quando estão em sala de aula, os alunos querem que ela acabe logo.

Em vários outros casos, simplesmente adicionamos ao texto a explicação de que o autor faz referência à realidade dos EUA. O caso mais óbvio, e creio que não poderia ser diferente, foi o "resumo sincero" dos cursos de matemática no ensino fundamental e médio ao final do texto original. Os links para os textos originais estão próximos aos seus títulos – e se você achar algo estranho, tanto na digitação da tradução quanto na tradução em si, por favor faça a gentileza de enviar um e-mail para os tradutores. Agradecemos e faremos a correção tão breve quanto possível.

Sobre os textos complementares: o primeiro dele é uma coleção de críticas ao texto principal e a resposta dada por Lockhart. É um texto muito bom porque consolida os pontos principais do texto, antecipando assim críticas que você mesmo pode acabar levantando. O segundo é um excerto de uma postagem de Keith Devlin (o blogueiro que publicou o ensaio de Lockhart) falando sobre como ele, enquanto matemático profissional, aprendeu matemática. O texto é interessante porque ele contrasta com, e ao mesmo tempo se integra a, o que Lockhart tentou dizer. O que Devlin ressalta não se parece muito com arte, e parece envolver pouco o elemento da "criação" num primeiro olhar. Penso que esse insight sobre como "opera" a mente do matemático é uma forma provocativa de terminar essa série de traduções.

Lamentos de um matemático

Escrito por Paul Lockhart e publicado em março de 2008 por Keith Devlin (link)

Um músico acorda de um terrível pesadelo. Em seu sonho ele se vê numa sociedade onde a educação musical tornou-se obrigatória. “Nós estamos ajudando os estudantes a se tornarem mais competitivos num mundo cada vez mais cheio de sons”. Educadores, sistemas de ensino e o Estado são os responsáveis por este importante projeto. Estudos foram feitos, comitês foram formados e decisões foram feitas – tudo sem a participação de um músico ou compositor sequer.

Como músicos comumente registram suas ideias na forma de partituras, esses curiosos pontos e linhas pretas devem constituir a “linguagem da música”. É imperativo que os estudantes tornem-se fluentes nessa linguagem se eles almejam atingir qualquer grau de competência musical; de fato, seria ridículo esperar que uma criança cantasse ou tocasse um instrumento sem ter uma boa base de notação e teoria musical. Tocar e escutar música ou ficar sozinho compondo uma canção original são considerados tópicos muito avançados, por isso são geralmente adiados no mínimo para a faculdade, e mais frequentemente para a pós-graduação.

No Ensino Fundamental o objetivo é treinar os estudantes no uso dessa linguagem – manipular símbolos de acordo com um conjunto fixo de regras: “Aula de música é onde nós pegamos nosso caderno pautado, nosso professor coloca algumas notas no quadro e nós copiamos ou transpomos elas para um tom diferente. Nós não podemos errar ao copiar as claves e as armaduras e o nosso professor é muito exigente sobre pintar as semínimas completamente. Uma vez tivemos um problema de escala cromática e eu acertei, mas o professor não me deu dez porque eu coloquei as hastes no lado errado”.

No auge de sua sabedoria, os educadores logo perceberam que mesmo crianças muito novas podem receber este tipo de instrução musical. De fato é considerado vergonhoso um garoto de terceira série não ter memorizado o ciclo de quintas. “Eu vou ter que levar meu filho a um professor particular. Ele não se dedica aos seus deveres de música. Diz que é chato. Só fica sentado, olhando pela janela, cantarolando para si mesmo e fazendo músicas bobas".

Nas séries mais avançadas a pressão é mais forte. Afinal, os estudantes precisam ser preparados para as provas tradicionais e o vestibular. Estudantes precisam ter aula de Escalas e Modos, Métrica, Harmonia e Contraponto. "É bastante coisa para aprender, mas depois na faculdade quando eles finalmente ouvirem tudo isso eles vão realmente apreciar o trabalho que fizeram no Ensino Médio". É claro que não são muitos os estudantes que vão se dedicar à música, então apenas alguns escutarão os sons que os pontos pretos representam. De qualquer forma, é muito importante que todo membro da sociedade possa reconhecer uma modulação ou uma fuga, não importa que eles nunca ouçam uma. "Para dizer a verdade, a maioria dos estudantes não é muito boa em música. Eles ficam entediados na sala, não têm habilidade e suas tarefas de casa são quase ilegíveis. A maioria deles não se importa em como a música é importante no mundo de hoje; eles passam a aula de música querendo que ela acabe de uma vez. Eu acho que existem pessoas que nasceram para a música e outras que não. Eu tive uma criança que, nossa, era sensacional! Suas partituras eram impecáveis – cada nota no lugar certo, caligrafia perfeita, sustenidos, bemóis, simplesmente lindos. Ela será uma tremenda musicista um dia."

Ao acordar suando frio o músico se dá conta de que, felizmente, foi tudo apenas um sonho maluco. "É claro!" ele diz a si mesmo, "Nenhuma sociedade reduziria uma forma de arte tão bonita e significativa a algo tão estúpido e trivial; nenhuma cultura seria tão cruel com suas crianças a ponto de privá-las de uma expressão humana tão natural. Que absurdo!"

Enquanto isso, do outro lado da cidade, um pintor acordava de um pesadelo semelhante...

Eu me surpreendi ao me ver numa sala de aula convencional – sem cavaletes ou tubos de tinta. "Ah, não pintamos antes do Ensino Médio", me disseram os estudantes. "Passamos a sétima série estudando cores e aplicadores". Eles me mostraram uma planilha. De um lado estavam amostras de cores separadas por espaços em branco. Eles deveriam escrever seus nomes. “Eu gosto de pintura”, um deles fez questão de dizer, “me dizem o que fazer e eu faço. É fácil!”

Após a aula eu fui falar com o professor. “Então seus alunos não fazem nenhuma pintura?” perguntei. “Bem, no próximo ano eles terão Pré-Pinte-os-Números. Isso prepara eles para o Pinte-os-Números que terão no Ensino Médio. Então eles poderão usar o que aprenderam aqui e aplicar em situações de pintura da vida real – mergulhando o pincel na tinta, limpando-o, coisas assim. É claro que nós selecionamos nossos estudantes por habilidade. Os que são realmente excelentes pintores – aqueles que sabem os nomes das cores e pincéis até de trás pra frente – podem pintar um pouco mais cedo e alguns deles até assistem aulas que depois podem ser validadas na faculdade. Porém, nós estamos apenas tentando dar a essas crianças uma boa base de o que é a pintura, para que quando eles saírem daqui para o mundo real e forem pintar sua cozinha eles não façam bagunça”.

“Hmmm, essas aulas no Ensino Médio que você mencionou...”

“Pinte-os-Números? Os alunos realmente se esforçam. Acho que os pais querem garantir que seus filhos entrem em boas faculdades. Não há nada melhor do que Pinte-os-Números Avançado num histórico de Ensino Médio”.

“Por que as faculdades se importam se você consegue preencher regiões numeradas com as cores correspondentes?”

“Ah, bem, você sabe, isso mostra um lúcido raciocínio lógico. E é claro que se um estudante está planejando se formar numa ciência visual, como moda ou design de interiores, então é realmente uma boa ideia já sair do Ensino Médio com pré-requisitos relacionados à pintura”.

“Entendo. E quando os estudantes podem pintar livremente, numa folha em branco?”

“Você parece um dos meus professores! Eles sempre vem com isso de expressar os sentimentos e coisas desse tipo – coisas abstratas que não têm realmente nada a ver. Eu sou formado em Pintura e nunca trabalhei muito com folhas em branco. Uso apenas os kits de Pinte-os-Números distribuídos pelo Conselho Escolar”.

Infelizmente, nosso atual sistema de ensino de matemática é precisamente este tipo de pesadelo. De fato, se eu tivesse que projetar um mecanismo com o propósito explícito de destruir a curiosidade natural de uma criança e seu prazer em criar padrões, não conseguiria fazer melhor do que está sendo feito atualmente – eu simplesmente não teria a criatividade necessária para inventar ideias tão sem sentido e dolorosas quanto as que constituem o ensino de matemática contemporâneo.

Todos sabem que algo está errado. Os políticos dizem "precisamos de padrões melhores". As escolas dizem "precisamos de mais dinheiro e equipamentos". Educadores dizem uma coisa e professores dizem outra. Estão todos errados. As únicas pessoas que entendem o que está acontecendo são as que mais levam a culpa e são menos ouvidas: os alunos. Eles dizem "a aula de matemática é estúpida e entediante", e eles têm razão.

Matemática e Cultura

A primeira coisa a entender é que matemática é uma arte. A diferença entre matemática e as outras artes, tais como música e pintura, é que nossa cultura não a reconhece como tal. Todos entendem que poetas, pintores e músicos criam obras de arte e se expressam por palavras, imagens e sons. De fato, nossa sociedade é bastante generosa quando se trata de expressão da criatividade: arquitetos, *chefs* e até diretores de televisão são considerados artistas profissionais. Porque não matemáticos?

Parte do problema é que ninguém faz a mínima ideia do quê matemáticos fazem. O senso comum parece ser que matemáticos estão de alguma forma ligados à ciência – talvez eles ajudem cientistas com fórmulas, ou por algum motivo digitem números enormes em computadores. Não há dúvida que se se o mundo tivesse que ser dividido em "sonhadores poéticos" e "pensadores racionais", a maioria das pessoas classificaria os matemáticos na segunda categoria.

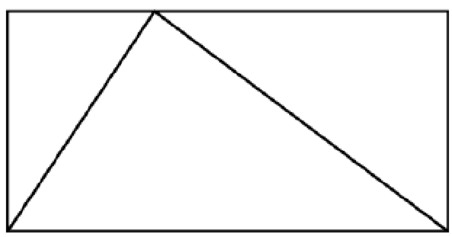
No entanto, o fato é que não há nada tão sonhador e poético, nada tão radical, subversivo e psicodélico quanto matemática. Ela é precisamente tão instigante quanto cosmologia ou física (matemáticos pensaram em buracos negros muito antes que os astrônomos encontrassem algum) e dá mais liberdade de expressão que a poesia, a arte ou a música (que dependem fortemente de propriedades do universo físico). A matemática é a mais pura das artes e também a menos compreendida.

Então permitam-me tentar explicar o que é a matemática e o que os matemáticos fazem. Provavelmente a melhor maneira é começar com a excelente descrição de G. H. Hardy:

> Um matemático, como um pintor ou poeta, é um criador de padrões. Se os padrões daquele são mais permanentes que os destes, é porque são feitos com ideias.

Então matemáticos ficam fazendo padrões de ideias. Que tipo de padrões? Que tipo de ideias? Ideias sobre rinocerontes? Não, essas deixamos para os biólogos. Ideias sobre linguagem e cultura? Não, normalmente não. Essas coisas são complicadas demais para o gosto dos matemáticos em geral. Se existe algo como um conceito estético comum na matemática, é este: o simples é belo. Matemáticos gostam de pensar sobre coisas as mais simples possíveis, e as coisas mais simples são imaginárias.

Por exemplo, se estou afim de pensar sobre formas – e normalmente estou – posso pensar em um triângulo dentro de uma caixa retangular:

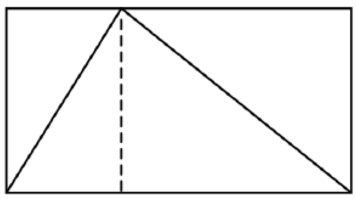


Eu me pergunto quanto da caixa o triângulo ocupa. Dois terços, talvez? O importante é entender que não estou falando desse desenho de um triângulo em uma caixa. Nem estou falando de um objeto triangular de metal que forma as vigas de uma ponte. Não há nenhum outro propósito aqui. Estou só brincando. Isso é que é matemática – pensar, brincar, entreter-se com sua imaginação. A própria questão de quanto da caixa o triângulo ocupa nem faz sentido para objetos reais, físicos. Até o triângulo físico feito com a maior precisão é ainda uma complicada coleção de átomos chacoalhantes; ele muda seu tamanho de uma hora para outra. Isto é, a não ser que se queira falar sobre algum tipo de medida aproximada. Bem, é aí que entra a estética. Isto não é uma coisa simples, consequentemente é uma questão que depende de toda sorte de detalhes do mundo real. Deixemos isso para os cientistas. A questão matemática é sobre um triângulo imaginário dentro de uma caixa imaginária. As extremidades são perfeitas porque eu quero que elas sejam – esse é o tipo de objeto sobre o qual prefiro pensar. Este é um tema corrente em matemática: as coisas são o que você quer que sejam. Você tem infinitas opções; a realidade não é um obstáculo.

Por outro lado, uma vez que tenha feito suas escolhas (por exemplo, eu posso escolher que meu triângulo seja simétrico, ou não), suas criações fazem o que fazem, quer você goste, quer não. Isto é o fascinante sobre criar padrões imaginários: eles respondem! O triângulo ocupa uma certa parte da caixa e eu não tenho controle sobre o quanto ocupa. Existe um número, talvez seja dois terços, talvez não, mas eu não posso dizer qual é. Eu tenho que descobrir qual é.

Então podemos brincar e imaginar o que quisermos, criar padrões e fazer perguntas sobre eles. Mas como respondemos a essas perguntas? Não é nem um pouco parecido com ciência. Não existe um experimento que eu possa fazer com tubos de ensaio, equipamentos e coisas do tipo que me dirá a verdade sobre um fruto da minha imaginação. O único jeito de saber a verdade sobre nossas criações imaginárias é usando nossa imaginação e isso é um trabalho árduo.

No caso do triângulo em sua caixa, eu vejo algo simples e belo:



Se eu dividir o retângulo em duas partes dessa forma, posso ver que cada parte é cortada diagonalmente ao meio pelos lados do triângulo. Então há tanto espaço dentro do triângulo quanto fora. Isso significa que o triângulo deve ocupar exatamente metade da caixa!

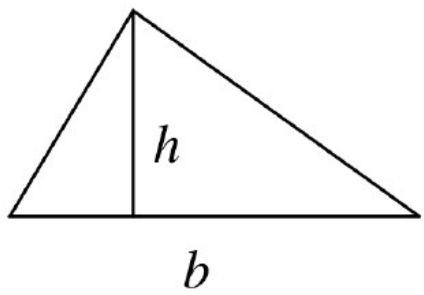
É assim uma obra de matemática. Esta pequena narrativa é um exemplo da arte do matemático: fazer perguntas simples e elegantes sobre nossas invenções imaginárias e desenvolver explicações belas e satisfatórias. Não há absolutamente nada como este campo de ideias puras; é fascinante, é divertido e é gratuito!

Mas de onde surgiu essa minha ideia? Como eu pensei em traçar aquela reta? Como um pintor sabe onde pôr seu pincel? Inspiração, experiência, tentativa e erro, pura sorte. Esta é a arte do processo, criar estes pequenos e belos poemas do pensamento, estes sonetos de pura razão. Há algo tão maravilhosamente transformacional nesse tipo de arte. A relação entre o triângulo e o retângulo era um mistério e então aquela pequena reta a tornou óbvia. Eu não conseguia ver, mas então de repente consegui. De alguma forma eu fui capaz de criar uma beleza profunda e simples a partir de nada, e me transformei no processo. Não é isto a arte?

É por isso que é tão doloroso ver o que está sendo feito com a matemática na escola. Esta rica e fascinante aventura da imaginação foi reduzida a um conjunto estéril de "fatos" a serem memorizados e procedimentos a serem seguidos. Em vez de uma questão simples e natural sobre formas e um processo criativo e compensador de invenção e descoberta, é isto que os alunos ganham:

Fórmula da área do triângulo

$A = \frac{1}{2}bh$



"A área de um triângulo é igual à base vezes a altura sobre dois." é dito aos alunos que decorem esta fórmula e então a "apliquem" repetidamente nos "exercícios". Foram embora a emoção, a alegria e até mesmo a dor e a frustração do ato criativo. Não há mais nenhum problema. A pergunta foi feita e respondida ao mesmo tempo – não restou nada para o aluno fazer.

Permita-me deixar mais clara minha objeção. Não é sobre fórmulas ou memorizar resultados interessantes. Isso é legal num contexto e deve ter seu lugar assim como aprender vocabulário – ajuda você a criar obras de arte mais ricas. Mas não é o fato de que o triângulo ocupa metade da caixa que importa. O que importa é a linda ideia de dividi-lo com aquela linha e como isso pode inspirar outras lindas ideias, conduzindo a criativas descobertas em outros problemas – algo que uma mera apresentação de um resultado nunca pode lhe dar.

Por remover o processo criativo e deixar apenas os resultados deste processo, você praticamente garante que ninguém terá qualquer engajamento real com o assunto. É como dizer que Michelangelo criou uma linda escultura sem me permitir vê-la. Como eu seria inspirado por ela? (E, é claro, na verdade é muito pior que isso – ao menos eu entendo que há uma arte de escultura que eu estou sendo impedido de apreciar).

Ao focar em "o quê" e deixar de fora o "porquê" a matemática é reduzida a uma casca vazia. A arte não está na "verdade" matemática mas sim em sua explicação, no argumento que a constrói. É o próprio argumento que dá à verdade seu contexto, e determina o que está realmente sendo dito e o que se quis dizer. A matemática é a arte da explicação. Se você nega aos alunos a oportunidade de se envolver com essa atividade – de propor seus próprios problemas, fazer suas próprias conjecturas e descobertas, de estarem errados, de serem frustrados criativamente, de serem inspirados, e de juntar suas próprias explicações e provas – você nega a eles a própria matemática. Então não, não estou reclamando da presença de fatos e fórmulas nas nossas aulas de matemática. Estou reclamando da falta de matemática nas nossas aulas de matemática.

Se o seu professor de arte dissesse que a pintura é simplesmente preencher regiões numeradas com cores, você saberia que algo está errado. A cultura informa você – existem museus e galerias, assim como a arte em sua própria casa. A pintura é compreendida pela sociedade como uma forma de expressão humana. Da mesma forma, se o seu professor de ciências tentasse convencê-lo de que a astronomia significa prever o futuro de alguém com base na data de nascimento da pessoa, você saberia que ele está maluco – a ciência entrou na cultura de tal modo que quase todo mundo sabe sobre átomos e galáxias e leis da natureza. Mas se o seu professor de matemática dá a impressão, explicitamente ou não, que a matemática significa fórmulas, definições e a memorização de algoritmos, quem iria corrigi-lo?

O problema cultural é um monstro que perpetua a si mesmo: alunos aprendem matemática com seus professores, e professores aprenderam-na com seus professores, e essa falta de entendimento e apreciação pela matemática em nossa cultura se replica indefinidamente. Pior ainda, a perpetuação dessa "pseudomatemática", essa ênfase na manipulação de símbolos correta porém desprovida de sentido, cria sua própria cultura e seu próprio conjunto de valores. Aquele que adere a essa cultura tira bastante autoestima de seu sucesso, e a última coisa que quer ouvir é que a matemática tem a ver com criatividade pura e sensibilidade estética. Muitos alunos de graduação sentem-se péssimos quando eles descobrem, depois de uma década de lhes dizerem que eles são "bons em matemática", que na verdade eles não têm nenhum talento matemático e só são bons em seguir direções específicas. A matemática não tem a ver com seguir direções, mas com fazer novas direções.

E eu nem comecei a falar da falta de crítica matemática na escola. Em nenhum momento os alunos são introduzidos ao segredo de que a matemática, como qualquer literatura, é criada por seres humanos para o seu próprio divertimento; que obras de matemática estão sujeitas a críticas, e que alguém pode ter e desenvolver *gosto matemático*. Uma obra de matemática é como um poema; e podemos nos perguntar se ela satisfaz nosso critério estético: esse argumento é bom? Ele faz sentido? É simples e elegante? Ele me leva mais perto do núcleo do assunto? É claro que não há nenhuma crítica na escola – não há nenhuma arte sendo feita para ser criticada!

Por que não queremos que nossas crianças aprendam matemática? Será que não confiamos nelas? Pensamos que é muito difícil? Parece que sentimos que elas são capazes de argumentar, e chegar a suas próprias conclusões, sobre Napoleão Bonaparte. Por que não triângulos? Eu penso que é simplesmente o caso de nossa cultura não saber o que a matemática é. A impressão que nos dão é que é algo frio e altamente técnico, que ninguém poderia possivelmente entender – uma perfeita profecia que cumpre a si mesma.

Já seria ruim o bastante se nossa cultura meramente ignorasse a matemática, mas o que é bem pior é que as pessoas realmente pensam que *sabem* o que a matemática é – e estão aparentemente sob a terrível ideia errônea de que a matemática de alguma forma é útil à sociedade! Essa já é uma enorme diferença entre a matemática e as outras artes. A matemática é vista por nós como uma ferramenta para a ciência e a tecnologia. Todo mundo sabe que a poesia e a música servem para curtir e para elevar e enobrecer o espírito humano (daí sua eliminação prática do currículo das escolas públicas). Mas não, a matemática é *importante*.

SIMPLÍCIO Você está realmente dizendo que a matemática não oferece aplicações práticas e úteis para a sociedade?

SALVIATI Claro que não. Estou apenas sugerindo que só porque acontece que alguma coisa tem consequências práticas, não quer dizer que essas consequências são o *sentido* dessa coisa. Músicas podem levar exércitos à guerra, mas não é por isso que as pessoas escrevem músicas. Michelângelo decorou um teto, mas tenho certeza que havia coisas mais densas na cabeça dele.

SIMPLÍCIO Mas não precisamos de pessoas que aprendam essas consequências úteis da matemática? Não precisamos de contadores e carpinteiros e coisas assim?

SALVIATI Quantas pessoas realmente usam essas "matemática prática" que elas supostamente aprendem na escola? Você acha que os carpinteiros por aí realmente usam trigonometria? Quantos adultos lembram como dividir frações, ou resolver uma equação quadrática? Obviamente o treinamento pragmático não está funcionando, e por uma boa razão: é extremamente chato, e ninguém nunca o utiliza de qualquer forma. Então por que as pessoas continuam achando que é tão importante? Eu não vejo como é positivo para a sociedade que seus membros andem por aí com vagas lembranças de fórmulas algébricas e diagramas geométricos, e lembranças bem fortes de odiá-los. Pode ser bom, no entanto, mostrá-los algo bonito e dar-lhes a oportunidade de gostar de serem criativos, flexíveis, pensadores de mente aberta – o tipo de coisa que uma *verdadeira* educação matemática poderia providenciar.

SIMPLÍCIO Mas as pessoas precisam saber organizar suas contas, não?

SALVIATI Tenho certeza que a maioria das pessoas usa calculadoras pra aritmética do dia a dia. E por que não? É com certeza mais fácil e mais confiável. Mas o que eu estou dizendo não é só que o sistema atual é terrivelmente ruim, é que a alternativa é tão maravilhosamente boa! A matemática deveria ser ensinada como arte pela arte. Esses aspectos "úteis" e mundanos se seguem naturalmente como um subproduto trivial. O Beethoven poderia com certeza escrever o "jingle" de uma propaganda de rádio, mas sua motivação para aprender música era criar algo bonito.

SIMPLÍCIO Mas nem todo mundo é um artista. E as pessoas não são "gente matemática"? Como elas se encaixam no seu esquema?

SALVIATI Se todo mundo fosse exposto à matemática em seu estado natural, com toda a diversão surpreendente e as surpresas que ela tem, eu acho que veríamos uma mudança dramática tanto na atitude dos alunos para com a matemática, quanto na nossa concepção do que significa ser "bom em matemática". Nós estamos perdendo tantos matemáticos talentosos em potencial – pessoas criativas e inteligentes que com razão rejeitam o que parece ser um assunto sem sentido e estéril. Elas são simplesmente inteligentes demais para perder tempo com essa patifaria...

SIMPLÍCIO Mas você não acha que se a aula de matemática fosse mais parecida com a aula de artes um monte de crianças não iriam aprender nada?

SALVIATI Elas não estão aprendendo nada agora! É melhor não ter aula de matemática do que a que temos agora. Pelo menos algumas pessoas

	teriam a chance de descobrir algo belo sozinhas.
SIMPLÍCIO	Então você tiraria a matemática do currículo da escola?
SALVIATI	A matemática já foi tirada! A única questão é o que fazer com a casca vazia e desenxabida que sobrou. É claro que eu preferiria substituí-la por um envolvimento ativo e alegre com ideias matemáticas.
SIMPLÍCIO	Mas quantos professores de matemática sabem o bastante sobre o assunto para ensiná-la dessa forma?
SALVIATI	Pouquíssimos. E essa é só a ponta do iceberg...

A Matemática na Escola

Com certeza não há forma mais segura de destruir o entusiasmo e o interesse num assunto do que torná-lo obrigatório na escola. Inclua-o como uma parte importante do vestibular e você virtualmente garante que o sistema escolar vai chupar-lhe toda a vida. As escolas não entendem o que a matemática é, nem os educadores, nem os livros didáticos, editoras e, infelizmente, nem a maioria dos professores. O escopo do problema é tão enorme que eu mal sei por onde começar.

Vamos começar com o debate da "reforma escolar". Por muitos anos tem crescido uma consciência de que há algo podre com o estado da educação matemática. Estudos foram contratados, conferências foram feitas, e inúmeros comitês de professores, editoras e educadores (seja lá o que estes forem) foram formados para "consertar o problema".

À parte o interesse próprio que a indústria editorial tem na reforma (já que ela lucra com qualquer flutuação política ao oferecer "novas" edições de suas monstruosidades ilegíveis), o movimento da reforma nunca entendeu nada. O currículo de matemática não tem que ser reformado, ele tem que ser jogado fora.

Todo essa agitação sobre quais "tópicos" deveriam ser ensinados e em qual ordem, o uso dessa notação ao invés daquela outra, ou que fabricante e modelo de *calculadora* usar, pelo amor de Deus – é como rearranjar as cadeiras do Titanic! *A matemática é a música da razão*. Fazer matemática é se envolver num ato de descoberta e conjectura, intuição e inspiração; é estar num estado de confusão – não porque ele faz sentido pra você, mas porque você lhe *deu* sentido e ainda não entendeu o que a sua criação está fazendo; é ter uma ideia inovadora; é estar frustrado enquanto artista; é se sentir impressionado e embasbacado por uma beleza que quase dói; é estar *vivo*, caramba. Tire isso da matemática e você pode ter quantas conferências quiser; não vai adiantar nada. Operem o quanto quiserem, doutores: *seu paciente já está morto*.

A parte triste de toda essa "reforma" é o número de tentativas de "tornar a matemática interessante" e "relevante para as vidas das crianças". Você não *torna* a matemática interessante – ela já é mais interessante do que podemos aguentar! E sua glória é sua completa irrelevância para nossas vidas. Por isso que é tão divertida!

Tentativas de apresentar a matemática como algo relevante à vida diária inevitavelmente parecem forçadas e artificiais: "Viram, crianças, se vocês souberem álgebra vão poder saber a idade da Maria se soubermos que ela é dois anos mais velha que o dobro de sua idade de sete anos atrás!" (Como se qualquer pessoa fosse ter acesso a esse tipo ridículo de informação, e não à idade dela). Álgebra não se trata da vida cotidiana, se trata de números e de simetria – e essa é uma busca válida em si mesma:

> Se eu tiver a soma e a diferença de dois números, como posso descobrir que números são esses?

Aqui está uma questão simples e elegante, e não requer nenhum esforço para ser interessante. Os babilônios antigos adoravam pensar nesse tipo de coisa, e nossos alunos também. (E espero que você também!). Nós não precisamos nos virar do avesso pra dar relevância à matemática. Ela é relevante da mesma forma que qualquer arte é relevante: ela é uma experiência humana significativa.

De qualquer maneira, você realmente acha que as crianças *querem* alguma coisa que é relevante para suas vidas diárias? Você acha que algo prático como *juros* *compostos* vai fazer elas se interessarem? As pessoas gostam de fantasia, e é justamente isso que a matemática providencia – um descanso da vida diária, um analgésico para o mundo do trabalho útil.

Um problema similar ocorre quando professores ou livros didáticos sucumbem à "fofice". Isso acontece quando, numa tentativa de combater a chamada "ansiedade da matemática" (um dentre os vários males que são na verdade *causados* pela escola), ela é feita de um jeito "amigável". Para ajudar os estudantes a memorizar fórmulas de área e circunferência do círculo, por exemplo, você pode inventar a história do "Senhor C", que dirige ao redor da "Senhora A" e diz a ela que tem dois filhos chamados Pierre ($C = 2\pi r$) e que ela tem um só, mas que ele é meio quadrado ($A = \pi r^2$) ou algo idiota desse tipo. Mas e a verdadeira história? Aquela sobre a luta da humanidade com o problema de medir curvas; sobre Eudoxo e Arquimedes e o método da exaustão; sobre a transcendência do π? O que é mais interessante – medir as dimensões aproximadas de um trecho circular num papel de gráfico, usando uma fórmula que alguém te entregou sem explicação (e fez você memorizar e praticar de novo e de novo e de novo) ou ouvir a história de um dos problemas mais bonitos e fascinantes, de uma das ideias mais brilhantes e poderosas na história da humanidade? Estamos matando o interesse das pessoas por *círculos*, pelo amor de Deus!

Por que não estamos dando aos nossos alunos a chance de ouvir sobre essas coisas, e muito menos de realmente fazer algo matemático, fazendo eles terem as próprias ideias, opiniões, reações? Que outro assunto é rotineiramente ensinado sem qualquer menção a sua história, filosofia, desenvolvimento temático, critério estético, e status atual? Que outra disciplina se esquiva de suas fontes primárias – belas obras de arte feitas por algumas das mentes mais criativas da história – em favor das criações de quinta categoria que são os livros didáticos?

O principal problema com a matemática da escola é que não há problemas. Ah, eu sei o que eles chamam de problemas nas aulas de matemática, esses "exercícios" insípidos. "Aqui há um problema. Aqui está como resolvê-lo. Sim, vai estar na prova.

Como deveres, façam exercícios do número 1 ao 35". Que forma triste de aprender matemática: ser um chimpanzé treinado.

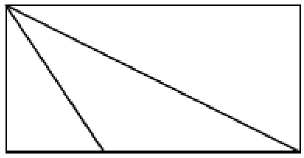
Mas um problema, uma *questão* humana genuína – isso é outra coisa. Quão longa é a diagonal de um cubo? A quantidade de números primos é infinita? O infinito é um número? De quantas maneiras eu posso preencher uma superfície com quadrados de forma simétrica? A história da matemática é a história do engajamento da humanidade com questões como essas, não o vômito imbecil de fórmulas e algoritmos (junto com exercícios artificiais criados para que você possa usá-las).

Um problema bom é um que você não sabe *como* resolver. É isso que faz uma boa charada, e uma boa oportunidade também. Um bom problema não só fica lá, isolado, mas serve como um trampolim para *outras* perguntas interessantes. Um triângulo é metade de uma caixa. E uma pirâmide dentro de uma caixa tridimensional? Esse problema pode ser resolvido de forma similar?

Eu consigo entender a ideia de treinar os alunos para que dominem certas técnicas – eu faço isso também. Mas não como um fim em si mesmo. As técnicas na matemática, como em qualquer arte, devem ser aprendidas em contexto. Os grandes problemas, suas histórias, o processo criativo – esse é o cenário apropriado. Dê a seus alunos um problema bom. Deixe que eles se debatam e fiquem frustrados. Veja o que eles conseguem imaginar. Espere até que eles estejam morrendo por uma ideia, *e aí* lhes dê uma técnica. Mas não muito.

Então guarde seus planos de aula e seus projetores, a abominação que é o livro didático, seus CDs e todo o resto do circo de horrores da educação contemporânea, e simplesmente faça matemática com os seus alunos! Professores de arte não perdem seu tempo com livros didáticos e apodrecem treinando técnicas específicas. Eles fazem o que é natural a suas disciplinas – eles fazem as crianças pintarem. Eles vão de cavalete a cavalete, dando sugestões e oferecendo ajuda:

“Eu estive pensando no nosso problema do triângulo, e notei uma coisa. Se o triângulo é bem torto ele não toma metade do quadrado! Veja:”



“Excelente observação! Nosso argumento de cortar em duas metades presume que a ponta do triângulo esteja em cima da base. Agora precisamos de uma nova ideia.”

“Eu deveria tentar cortar em formatos diferentes?”

“Com certeza. Tente todo tipo de ideia. Me avise quando pensar em alguma coisa!”

Então como ensinamos nossos alunos a fazer matemática? Ao escolher problemas interessantes e naturais propícios a seus gostos, personalidades e nível de experiência. Ao dar-lhes tempo para fazer descobertas e formular conjecturas. Ao ajudar-lhes a refinar seus argumentos e ao criar uma atmosfera de crítica matemática saudável e vibrante. Ao ser flexível e estar aberto a mudanças súbitas de direção às quais a curiosidade deles pode conduzir. Em resumo, ao ter uma relação intelectual honesta com os alunos e com o tema.

É claro que o que estou sugerindo é impossível por várias razões. Mesmo deixando de lado que o currículo e testes como os vestibulares virtualmente eliminam a autonomia do professor, eu duvido que a maioria dos professores sequer *deseja* ter uma relação tão intensa com seus alunos. Isso requer muita vulnerabilidade e muita responsabilidade – dá muito trabalho!

É muito mais fácil ser o condutor passivo do “material” de algum editor e seguir as instruções de embalagem de shampoo (“lecionar, testar, repetir”) do que pensar profundamente sobre o significado de um tema e como melhor passar esse significado de forma direta e honesta para um aluno. Somos encorajados a não tomar decisões com base em nossa sabedoria individual e consciência, e "seguir com o programa". É simplesmente o caminho da menor resistência:

As EDITORAS DE LIVROS DIDÁTICOS
estão para PROFESSORES assim como…

A) Empresas farmacêuticas – médicos
B) Gravadoras – DJs
C) Corporações – políticos
D) Todas as alternativas

O problema é que a matemática, bem como a pintura ou a poesia, é trabalho criativo duro. Isso o torna muito difícil de ensinar. A matemática é um processo lento e contemplativo. Demora pra produzir uma obra de arte, e é preciso um professor hábil para reconhecer um. É claro que é mais fácil ensinar uma série de regras do que guiar jovens aspirantes a artistas, e é mais fácil escrever um manual de um aparelho de DVD do que um livro de verdade, com um ponto de vista.

A matemática é uma *arte*, e a arte deveria ser ensinada por artistas, ou se não, pelo menos por pessoas que apreciam a arte e podem reconhecê-la quando a veem. Não é necessário aprender música pra ser um compositor profissional, mas você iria querer ser ensinado, ou seu filho, por alguém que nunca tocou um instrumento e nunca ouviu música na vida? Você aceitaria um professor de arte que nunca pegou num lápis ou pisou num museu? Por que é que aceitamos professores de matemática que nunca produziram algo original na matemática, nem sabem da história e da filosofia do assunto, nada sobre desenvolvimentos recentes, nada na verdade além do que é esperado que eles apresentem aos coitados dos alunos? Que tipo de professor é esse? Como é que alguém pode ensinar algo que eles mesmos não fazem? Eu não danço, e consequentemente eu jamais presumiria que conseguiria dar uma aula de dança (eu poderia tentar, mas não seria legal). A diferença é que eu *sei* que eu não consigo dançar. Eu não tenho ninguém me falando que eu sou bom em dança só porque eu sei um monte de palavras que são usadas em danças.

Agora, eu não estou dizendo que professores de matemática precisam ser matemáticos profissionais – longe disso. Mas eles não deveriam pelo menos entender o que a matemática é, serem bons nela, e gostarem dela?

Se ensinar é reduzido à mera transmissão de informação, se não há compartilhamento de excitação e admiração, se os próprios professores são recipientes passivos da informação e não criadores de novas ideias, que esperança há para os alunos deles? Se a adição de frações é para o professor um conjunto arbitrário de regras, e não o resultado de um processo criativo e de escolhas e desejos estéticos, então *é claro* que isso vai parecer assim para os pobres alunos.

Ensinar não tem a ver com informação. Tem a ver com uma relação intelectual honesta com seus alunos. Não requer método, ferramentas ou treinamento. Apenas a habilidade de ser verdadeiro. E se você não puder ser verdadeiro, então você não tem o direito de se infligir sobre crianças inocentes.

Em particular, *não se pode ensinar a ensinar*. Faculdades de pedagogia são uma roubada total. Sim, você pode ter aulas sobre desenvolvimento infantil e sei lá o quê, e você pode ser treinado pra usar um quadro negro de forma "efetiva" e parar preparar um "plano de aula" organizado (o que, na verdade, apenas garante que a sua aula será *planejada*, e portanto, falsa), mas você nunca será um professor verdadeiro se não estiver disposto a ser uma pessoa verdadeira. Ensinar envolve abertura e sinceridade, a habilidade de compartilhar animação, e um amor pelo aprendizado. Sem isso, nenhum título de educação no mundo vai ajudá-lo. Com isso, são todos completamente desnecessários.

É perfeitamente simples. Alunos não são alienígenas. Eles respondem a beleza e a padrões, e são naturalmente curiosos como qualquer pessoa. Apenas fale com eles! E, o que é ainda mais importante, ouça-os!

SIMPLÍCIO Está bem, eu entendo que há uma arte na matemática e que não estamos fazendo um bom trabalho em mostrá-la para as pessoas. Mas isso não é uma coisa meio esotérica e erudita de se esperar do nosso sistema educacional? Não estamos tentando criar filósofos aqui, só queremos que as pessoas tenham um domínio razoável de aritmética básica pra que elas possam funcionar em sociedade.

SALVIATI Mas isso não é verdade! A matemática na escola tem a ver com muitas coisas que não tem nada a ver com "funcionar em sociedade" - álgebra e trigonometria, por exemplo. Esses estudos são completamente irrelevantes no dia a dia. Estou simplesmente sugerindo que se vamos incluir essas coisas como parte da educação básica da maioria dos alunos, que o façamos de uma forma natural e orgânica. Além disso, como eu disse antes, só porque alguma coisa por acaso tem aplicações práticas isso não quer dizer que temos que torná-las o foco de nosso ensino e aprendizado. É verdade que você tem que saber ler e escrever para passar na prova do Detran, mas não é para isso que ensinamos as crianças a ler. Ensinamos crianças a ler pelo propósito mais elevado de deixá-las acessar ideias belas e significativas. Não apenas seria cruel ensiná-las a ler de tal forma – forçar alunos de quarto ano a preencher notas fiscais e formulários de impostos – mas nem funcionaria! Aprendemos as coisas porque elas nos interessam agora, não porque elas podem nos interessar depois. Mas isso é exatamente o que pedimos às crianças que façam com a matemática.

SIMPLÍCIO Mas nós não queremos que crianças do quarto ano possam fazer aritmética?

SALVIATI Por quê? Você quer treiná-las a calcular 427 + 389? Essa não é uma coisa que crianças de nove anos se perguntam. Aliás, muitos *adultos* não entendem o sistema de numeração de posição de base dez, e você espero que as crianças tenham uma concepção clara dela? Ou você nem se importa se elas entendem ou não? É simplesmente muito cedo para esse tipo de treinamento técnico. É claro que pode ser feito, mas isso faz mais mal que bem. É muito melhor esperar que a curiosidade natural delas por números apareça.

SIMPLÍCIO Então o que *devemos* fazer com crianças numa aula de matemática?

SALVIATI Jogos! Ensine-os Xadrez e Baduk, Hex e Gamão, Sprouts e Nim, tanto faz. Invente um jogo. Faça desafios. Exponha-os a situações que exijam raciocínio dedutivo. Não se preocupe com notação e técnica, ajude-os a se tornarem pensadores matemáticos criativos.

SIMPLÍCIO Parece que estamos tomando um alto risco. E se tirarmos tanto a ênfase na aritmética que acabarmos com alunos que não saibam somar ou diminuir?

SALVIATI Eu penso que o maior risco de todos é criar escolas sem expressão criativa de qualquer espécie, em que a função dos alunos é memorizar datas, fórmulas, e listas de vocabulário, e então vomitá-las nos vestibulares - "preparação para a força de trabalho do amanhã!"

SIMPLÍCIO Mas certamente há um corpo de fatos matemáticos que uma pessoa educada deveria conhecer.

SALVIATI Sim, e o mais importante deles é que a matemática é uma forma de arte feita por seres humanos por prazer! Tudo bem, sim, seria legal se as pessoas soubessem algumas coisas básicas sobre números e formas, por exemplo. Mas isso nunca vai vir de memorização, repetições, aulas expositivas e exercícios. Você lembra de coisas fazendo-as e você se lembra do que é importante pra você. Temos milhões de adultos andando por aí com "b negativo mais ou menos a raiz de b quadrado menos 4 a c tudo sobre 2 a" na cabeça sem nenhuma ideia do que isso significa. E isso porque nunca foi lhes dada a chance de descobrir ou inventar essas coisas por eles mesmos. Eles nunca tiveram um problema interessante com o qual se envolver, com o qual ficar frustrado, e através do qual criar um desejo por técnica e método. A eles nunca foi mostrada a história da relação da humanidade com os números – nenhuma pedra antiga de problemas babilônicos, nenhum Papiro de Rhind, nenhum Liber Abaci, nenhum Ars Magna. Mais importante ainda, nenhuma chance lhes foi dada para ficarem curiosos quanto a uma questão. Ela foi respondida antes que eles pudessem perguntar pela resposta.

SIMPLÍCIO Mas não temos tempo para cada aluno reinventar a matemática sozinho! Levou séculos para descobrir o Teorema de Pitágoras. Como você espera que a criança média faça isso?

SALVIATI Eu não espero. Vamos ser claros quanto a isso: estou reclamando da completa ausência de arte e invenção, história e filosofia, contexto e perspectiva no currículo de matemática. Isso não significa que a notação, técnica e o desenvolvimento de uma base de conhecimento não tenham lugar. É claro que têm. Deveríamos ter os dois. Se eu faço uma objeção ao fato de que o pêndulo está muito para o lado de lá, não significa que eu o quero todo do lado de cá. Mas o fato é que as pessoas aprendem melhor quando o produto vem do processo. Uma apreciação verdadeira pela poesia não vem da memorização de um monte de poemas, ela vem de você escrever os próprios poemas.

SIMPLÍCIO Sim, mas antes de você escrever os próprios poemas tem que aprender o alfabeto. O processo tem que começar em algum lugar. Você tem que andar antes de poder correr.

SALVIATI Não, você tem que ter uma *razão pra correr*. As crianças conseguem escrever poemas e histórias *enquanto* aprendem a ler e escrever. Algo escrito por uma criança de seis anos é uma coisa maravilhosa, e os problemas de ortografia e pontuação não tiram o brilho disso. Mesmo crianças muito jovens conseguem inventar músicas, e elas não fazem ideia sobre em que a chave a música está sendo composta ou que métrica está sendo usada.

SIMPLÍCIO Mas a matemática não é diferente? A matemática não é uma linguagem própria, com todo tipo de símbolo que você tem que aprender antes de poder usar?

SALVIATI Nem um pouco. A matemática não é uma linguagem, é uma aventura. Os músicos por acaso “falam outra língua” simplesmente porque escolheram abreviar suas ideias com pontinhos pretos? Se for, não parece ser um problema para a criança e sua música. Sim, uma certa quantidade de abreviação matemática foi desenvolvida ao longo dos séculos, mas não é essencial. A maior parte da matemática pode ser feita tomando café com um amigo, rascunhando um diagrama num guardanapo. Matemática é e sempre foi sobre ideias, e uma ideia valiosa transcende os símbolos com os quais você a representa. Como Gauss disse uma vez, “precisamos de *noções*, não de notações”.

SIMPLÍCIO Mas um dos propósitos da matemática não é fazer os alunos pensarem de forma mais precisa e lógica, e desenvolver neles “habilidades de raciocínio quantitativo”? Essas definições e fórmulas não deixam as mentes dos nossos estudantes mais afiadas?

SALVIATI Não, elas não fazem isso. Se é que fazem alguma coisa, o que fazem é endurecer a mente. A acuidade mental de qualquer tipo vem de resolver você mesmo os problemas, não de alguém dizendo para você como resolvê-los.

SIMPLÍCIO Justo. Mas e quanto àqueles alunos que estão interessados em seguir uma carreira na ciência ou na engenharia? Eles não precisam do treinamento que o currículo tradicional providencia? Não é por isso que ensinamos matemática nas escolas?

SALVIATI Quantos alunos tendo aulas de literatura serão escritores um dia? Não é por isso que ensinamos literatura, nem por isso que os alunos aprendem. Ensinamos para iluminar a todos, não para treinar apenas os futuros profissionais. De qualquer forma, a habilidade mais valiosa para um cientista ou um engenheiro é ser capaz de pensar criativa e independentemente. A última coisa que qualquer pessoa precisa é ser *treinado*.

O Currículo de Matemática

A coisa realmente dolorosa sobre a forma como a matemática é ensinada nas escolas não é o que está faltando – o fato de que não há matemática sendo feita nas nossas aulas – mas o que foi colocado em seu lugar: uma pilha confusa de desinformação destrutiva conhecida como “o currículo de matemática”. Chegou a hora de examinar mais de perto exatamente o que nossos alunos enfrentam – ao que são expostos em nome da matemática, e como eles são danificados no processo.

A coisa mais notável deste currículo de o que se chama matemática é sua rigidez. Isso é especialmente verdadeiro nos últimos anos. De escola a escola, de cidade a cidade, de Estado a Estado, as mesmas coisas estão sendo feitas e ditas da mesma maneira e na mesma ordem. Longe de estarem perturbadas com esse estado de coisas Orwelliano, a maioria das pessoas simplesmente aceita esse “modelo padrão” como sendo sinônimo da matemática em si.

Isso está intimamente conectado co mo que chamo de “mito da escada” - a ideia de que a matemática pode ser arranjada como uma sequência de “assuntos”, cada um sendo mais avançado, ou mais “elevado”, que o anterior. O efeito é tornar a matemática escolar uma *corrida* – alguns alunos estão “à frente” dos outros, e os pais se preocupam que seus filhos estão “ficando pra trás”. E aonde essa corrida leva, exatamente? O que está na linha de chegada? É uma triste corrida pra lugar nenhum. No final você foi roubado de uma educação matemática e você nem sabe disso.

Matemática de verdade não vem enlatada – não existe essa *coisa* de “Álgebra II”. Os problemas levam você aonde eles levam você. *Arte não é uma corrida*. O mito da escada é uma falsa imagem, e o caminho do professor pelo currículo padrão reforça esse mito e impede que a matemática seja vista como um todo orgânico. Como resultado, temos um currículo de matemática sem perspectiva histórica ou coerência temática, uma coleção fragmentada de tópicos e técnicas unidas apenas pela facilidade com a qual elas podem ser reduzidas a instruções passo a passo.

No lugar de descoberta e exploração, temos regras e regulamentos. Nunca escutamos um aluno dizer “eu quis ver se faria sentido elevar um número a uma potência negativa, e descobri que você consegue um padrão bem bacana se você quiser que isso signifique a recíproca". Ao invés disso os professores e os livros didáticos apresentam a "regra do expoente negativo" como um *fait d'accompli* com nenhuma menção à estética por detrás da escolha, ou mesmo que isso é uma escolha em primeiro lugar.

Em vez de problemas significativos, que poderiam levar a uma síntese de diversas ideias, a um território inexplorado de discussão e debate e a um sentimento de harmonia temática, temos exercícios redundantes desprovidos de emoção, específicos para a técnica que se discute e tão desconectados uns dos outros e da matemática como um todo que nem os estudantes nem seus professores têm a menor ideia de como ou por que tal coisa poderia ter surgido em primeiro lugar.

No lugar do contexto natural de um problema, em que os alunos podem tomar decisões sobre o que eles querem que as palavras signifiquem, e que noções eles desejam codificar, eles são em vez disso sujeitos a uma sequência sem fim de "definições" a priori desconectadas de suas razões de ser. O currículo é obcecado com jargão e nomenclatura, ao que parece só para dar aos professores algo com o que testar os alunos. Nenhum matemático no mundo se daria ao trabalho de fazer essas distinções idiotas: 2 ½ é um "número misto", enquanto 5/2 é uma "fração imprópria". Eles são *iguais*, droga! São exatamente os mesmos números, têm exatamente as mesmas propriedades. Quem usa essas palavras fora do quarto ano?

É claro que é muito mais fácil testar o conhecimento de alguém acerca de definições sem sentido do que inspirar alguém a criar algo bonito e encontrar seu próprio significado. Mesmo se concordarmos que um vocabulário comum básico para a matemática é valioso, não seria esse que temos. Quão triste é vermos alunos do quinto ano serem ensinados a dizer "quadrilátero" ao invés de "caixa de quatro lados", mas nunca se lhes dá uma oportunidade para usar palavras como "conjectura" e "contraexemplo". Alunos de ensino médio devem aprender a usar a função secante, 'sec x', como uma abreviação para a recíproca da função cosseno, '1 / cos x' (uma definição com tanto peso intelectual quanto a decisão de usar '&' ao invés de 'e'). Que essa abreviação em particular, uma sobrevivente de tabelas náuticas do século XV, ainda esteja conosco (enquanto outras, como o 'seno verso', foram esquecidas) é puro acidente histórico, e não tem valor nenhum numa era em que a computação rápida e precisa a bordo de navios não é problema. Assim entupimos nossas aulas de matemática com essa nomenclatura sem sentido.

Na prática, o currículo não é uma sequência de tópicos, nem de ideias, mas uma sequência de notações. Aparentemente a matemática consiste de uma lista secreta de símbolos místicos e regras para a manipulação deles. Crianças novas aprendem '+' e '÷'. Somente depois podemos confiar nelas o bastante para que lidem com '√' e então 'x' e 'y' e a alquimia dos parênteses. Finalmente, eles são doutrinados no uso de 'sin', 'log', 'f(x)' e, se são considerados valorosos o bastante, 'd' e '∫'. Tudo isso sem ter uma única experiência matemática significativa.

Esse programa é tão fixado que professores e autores de livros didáticos podem prever com confiança, anos à frente, exatamente o que os alunos vão estar fazendo, adivinhando até mesmo a página de exercícios. Não é nada incomum pedirem a alunos de álgebra do segundo ano para calcularem $[\ f(x + h) - f(x)\ ] / h$ para várias funções f, apenas para que tenham "visto" isso quando façam aula de cálculo alguns anos depois. Naturalmente, nenhuma motivação é dada (e nenhuma é esperada pelos alunos) sobre o porquê de uma combinação aparentemente aleatória de operações ser de interesse, apesar de ter certeza que alguns professores tentem explicar o que algo do tipo significa, e eles pensam que estão fazendo um favor aos alunos mas na verdade, para estes, isso tudo é só mais um incômodo. "O que tem que fazer? Ah, é só botar isso aqui? Tá bom".

Outro exemplo é treinar os alunos para expressar informação de uma forma desnecessariamente complicada, apenas porque em um futuro distante isso vai ter algum significado. Algum professor de álgebra do ensino fundamental tem alguma ideia de por que ele está pedindo aos alunos que em vez de escrever "o número x está entre o três e o sete", eles escrevam isso como "$|x - 5| < 2$"? Esses desesperadamente ineptos autores de livros didáticos realmente acreditam que estão ajudando os alunos ao prepará-los para um possível dia, anos à frente, em que eles possam estar operando dentro do contexto de uma geometria de alta dimensão ou um espaço abstrato métrico? Eu duvido. Eu acho que eles simplesmente estão copiando uns aos outros década após década, talvez mudando as fontes e as cores de realce, e brilhando de orgulho quando uma escola adota seus livros, tornando-se seus cúmplices involuntários.

Matemática tem a ver com problemas, e os problemas devem ser o foco da vida matemática de um aluno. Dolorosa e criativamente frustrante quanto isso possa ser, alunos e seus professores devem a todo momento estar envolvidos no processo – tendo ideias, não tendo ideias, descobrindo padrões, fazendo conjecturas, construindo exemplos e contraexemplos, derivando argumentos, criticando os trabalhos uns dos outros. Técnicas específicas e métodos vão surgir naturalmente desse processo, como eles fizeram historicamente: não isolados de, mas organicamente conectados ao, e como um resultado de, seus problemas de fundo.

Professores de línguas sabem que ortografia e pronúncia são melhor aprendidas no contexto da leitura e da escrita. Professores de história sabem que nomes e datas são desinteressantes se retiradas do desdobrar dos eventos. Por que a educação matemática continua presa no século XIX? Compare sua própria experiência de aprendizado de álgebra com a memória de Bertrand Russell:

> “Eu tive que aprender decorando: 'O quadrado da soma de dois números é igual à soma de seus quadrados somados pelo dobro de seus produtos'. Eu não tinha a menor ideia do que isso significava e quando eu não conseguia lembrar as palavras meu tutor jogava o livro na minha cabeça, o que não estimulava em nada o meu intelecto.”

As coisas são muito diferentes hoje em dia?

SIMPLÍCIO Eu não acho isso muito justo. Certamente métodos de ensino melhoraram desde aquela época.

SALVIATI Você quis dizer métodos de *treino*. O ensino é uma relação humana complicada; ela não requer um método. Ou eu deveria dizer, se você precisa de um método você não é um professor muito bom. Se você não tem um *feeling* do seu tema de modo a poder falar dele na sua própria voz, de forma natural e espontânea, quão bem você o entende? E por falar em ficar preso no século XIX, não é chocante como o currículo em si está preso no XVII? Só de pensar nas descobertas incríveis e nas revoluções profundas que ocorreram nos últimos três séculos! É como se não tivessem ocorrido!

SIMPLÍCIO Mas será que você não está pedindo demais dos nossos professores de matemática? Você espera que eles prestem atenção individual a dezenas de alunos, guiando-os por seus caminhos em direção à descoberta e à iluminação, e que estejam atualizados na história recente da matemática também?

SALVIATI Você espera que seu professor de arte possa te dar atenção individual? Que tenha conselhos sobre sua pintura e os dê com conhecimento de causa? Espera que ele saiba alguma coisa sobre os últimos trezentos anos da história da arte? Mas falando sério, eu não espero nada disso, eu só queria que fosse assim.

SIMPLÍCIO Então você culpa os professores de matemática?

SALVIATI Não, eu culpo a cultura que os produz. Os pobres diabos estão fazendo o que podem, e só estão fazendo o que foram ensinados a fazer. Tenho certeza que a maioria deles ama seus alunos e odeia o que estão sendo forçados a fazê-los passar. Eles sabem em seus corações que não faz sentido e é degradante. Eles podem sentir que se tornaram engrenagens em uma grande máquina destruidora de almas, mas lhes falta a perspectiva necessária pra entender isso, ou lutar contra isso. Tudo que eles sabem é que têm que "preparar os alunos para o próximo ano".

SIMPLÍCIO Você realmente acha que a maioria dos alunos é capaz de operar em tão alto nível que eles possam criar suas próprias matemáticas?

SALVIATI Se realmente acreditamos que raciocínio criativo é muito "alto nível" para nossos alunos e que eles não conseguem fazer isso, por que permitimos que eles escrevam trabalhos de história ou ensaios sobre Machado de Assis? O problema não é que nossos alunos não conseguem lidar com isso, é que os nossos professores não conseguem. Eles nunca criaram nenhuma prova, então como poderiam ajudar um aluno a fazer isso? De qualquer forma, haveria obviamente uma variação de interesse e habilidade dos alunos, como há em qualquer disciplina, mas pelo menos os alunos iriam gostar ou detestar a matemática pelo que ela realmente é, e não por essa zombaria perversa que foi feita dela.

SIMPLÍCIO Mas certamente queremos que todos os alunos aprendam um conjunto básico de fatos e habilidades. É pra isso que existe um currículo, e é por isso que ele é tão uniforme – existem alguns fatos duros, frios e acima de contextos que nós precisamos que os alunos saibam; um mais um é dois, os ângulos de um triângulo somam 180 graus. Essas não são opiniões ou sentimentos artísticos fofinhos.

SALVIATI Pelo contrário. Estruturas matemáticas, úteis ou não, são inventadas e desenvolvidas dentro do contexto de um problema. Às vezes queremos que um mais um seja zero (como naquilo que chamam de aritmética 'mod 2') e na superfície de uma esfera os ângulos de um triângulo somados dão mais que 180 graus. Não existem “fatos” em si; tudo é relativo e relacional. É a história que importa, não só o resultado final.

SIMPLÍCIO Estou ficando cansado de todo esse seu blá blá blá místico! Aritmética básica, está bem? Você concorda ou não que os alunos deveriam aprendê-la?

SALVIATI Isso depende do que você quer dizer com “aritmética básica”. Se você quer dizer apreciar os problemas de contar coisas e arranjá-las, as vantagens de agrupamentos e nomes, a distinção entre a representação de uma coisa e a coisa em si, e alguma noção do desenvolvimento histórico do sistema de números, então sim, eu acho que nossos alunos deveriam ser expostos a isso. Se você quer dizer a memorização por hábito de fatos aritméticos sem nenhum quadro de referências conceitual, então não. Se você quer dizer explorar o fato nada óbvio de que cinco grupos de sete são o mesmo que sete grupos de cinco, então tudo bem. Se você quer dizer criar uma regra dizendo que 5 x 7 = 7 x 5, então não. Fazer matemática deveria sempre significar descobrir padrões e criar explicações belas e que façam sentido.

SIMPLÍCIO E a geometria? Os alunos não provam coisas lá? A geometria do ensino médio não é um exemplo perfeito do que você quer que as aulas de matemática sejam?

Geometria do Ensino Médio: Instrumento do Demônio

Não há nada mais vexatório para o autor de uma acusação contundente do que ver o maior alvo de seu ataque ser oferecido como contraprova. Nunca um lobo em pele de cordeiro foi tão pérfido, nem um amigo falso tão traiçoeiro, quanto a geometria do ensino médio. É precisamente *porque* essa é a tentativa da escola de introduzir os alunos à arte da argumentação que ela é tão perigosa.

Se apresentando como o momento em que os alunos finalmente começarão a pensar de forma realmente matemática, esse vírus a ataca em seu coração, destruindo a própria essência da argumentação racional criativa, envenenando o gosto dos alunos por esse tema fascinante e belo, e permanentemente evitando que eles pensem a matemática de forma natural e intuitiva.

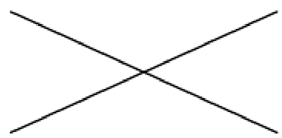
O mecanismo por detrás disso é sutil e desonesto. O aluno/vítima é primeiro imobilizado e paralisado por uma série de definições, proposições e notações sem sentido, e então é lenta e dolorosamente distanciado de qualquer curiosidade ou intuição natural sobre formas e seus padrões a partir de uma doutrinação sistemática na linguagem dura e artificial de uma dita “prova geométrica formal”.

Pondo toda a metáfora de lado, a aula de geometria é de longe a coisa mais mental e emocionalmente devastadora em todo o currículo de matemática. Outras “etapas” da matemática podem esconder o pássaro do canto bonito ou colocá-lo numa gaiola, mas na aula de geometria ele é aberta e cruelmente torturado (aparentemente eu não consigo deixar a metáfora de lado).

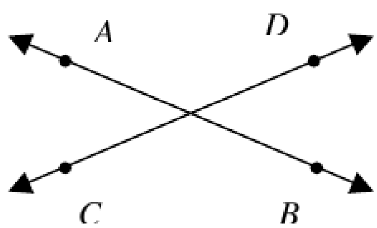
O que está acontecendo é o enfraquecimento sistemático da intuição do aluno. A prova, isto é, um argumento matemático, é uma obra de ficção, um poema. Seu objetivo é satisfazer. A prova bonita deve explicar, e deve explicar com clareza, profundamente, elegantemente. Um argumento bem escrito, bem composto, deveria ser como água gelada no verão, ou uma lanterna no escuro – deveria refrescar o espírito e iluminar a mente. E deveria ser charmoso.

Não há nada charmoso no que se chama de prova na aula de geometria. Os alunos são apresentados a um formato rígido e dogmático em que as tais "provas" devem ser moldadas – um formato tão desnecessário e inapropriado quanto insistir que as crianças que queiram plantar um jardim chamem suas flores pelo nome científico delas.

Vamos olhar alguns exemplos específicos dessa insanidade: comecemos com o exemplo de duas linhas cruzadas:

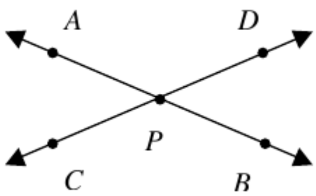


Agora, a primeira coisa que geralmente se faz é complicar tudo sem necessidade com notação em excesso. Aparentemente, você não pode apenas falar de duas linhas cruzadas. Tem que dar nomes elaborados para elas. E não podem ser nomes como "linha 1" e "linha 2", ou mesmo "a" e "b". Devemos (de acordo com a geometria do ensino médio) selecionar pontos aleatórios e irrelevantes nessas linhas, e nos referir a elas usando a especial "notação de linhas":



Veja, agora devemos chamá-las $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$. E Deus queira que você não esqueça as barrinhas no topo – 'AB' se refere ao comprimento da linha $\overline{AB}$ (ou pelo menos acho que é assim que funciona). Deixe pra lá quão inutilmente complicado isso é, esta é apenas a forma como alguém deve aprender a fazê-lo. Agora vem a frase de verdade, geralmente chamada por algum nome absurdo como:

PROPOSIÇÃO 2.1.1



Considere que $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ interseccionem em P.
Então $\angle APC \cong \angle BPD$

Em outras palavras, os ângulos dos dois lados são iguais. Bem, *dã!* A configuração de duas linhas cruzadas é simétrica, Jesus. E se isso não fosse ruim o bastante, essa frase patentemente óbvia sobre linhas e ângulos precisa ser “provada”.

Prova:

Afirmação	Prova
1. $m\angle APC + m\angle APD = 180$ $m\angle BPD + m\angle APD = 180$	1. Postulado da adição de ângulos
2. $m\angle APC + m\angle APD = m\angle BPD + m\angle APD$	2. Propriedade da substituição
3. $m\angle APD = m\angle APD$	3. Propriedade reflexiva da igualdade
4. $m\angle APC = m\angle BPD$	4. Propriedade subtrativa da igualdade
5. $\angle APC \cong \angle BPD$	5. Postulado da medição de ângulos

Ao invés de um argumento inteligente e agradável escrito por um ser humano de verdade, e conduzido em uma das várias línguas naturais do mundo, temos essa coisa carrancuda e sem alma, esse formulário burocrático que é essa prova. E que tempestade em copo d'água que se faz! Queremos realmente dizer que uma observação direta como essa requer um preâmbulo desse tamanho? Seja honesto.

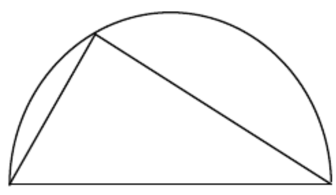
Você ao menos leu essa coisa? Claro que não. Quem iria querer ler isso?

O efeito disso é fazer as pessoas duvidarem de suas intuições. Pôr em dúvida o óbvio ao insistir que isso seja "rigorosamente provado" (como se isso aí acima constituísse uma prova formal legítima) é dizer a um aluno: "seus sentimentos e ideias são suspeitos. Você precisa pensar e falar do nosso jeito".

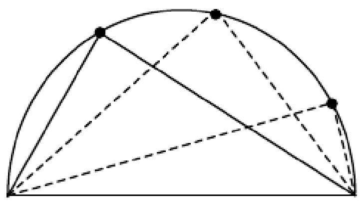
Existe um lugar para a prova formal na matemática, não há dúvida. Mas esse lugar não é na primeira introdução de um aluno a um argumento matemático. Pelo menos deixe as pessoas se familiarizarem com alguns objetos matemáticos, e aprender o que esperar deles, antes de começar a formalizar tudo. Provas formais rigorosas só se tornam importante quando surge uma *crise* – quando você descobre que seus objetos imaginários se comportam de uma forma contraintuitiva; quando há um paradoxo de algum tipo. Mas essa higiene preventiva excessiva é completamente desnecessária aqui – ninguém ficou doente ainda! É claro que se uma crise lógica se instalar em algum ponto, então obviamente ela deveria ser investigada, e o argumento deveria se tornar mais claro, mas esse processo pode ser feito intuitivamente e informalmente também. Na verdade a alma da matemática é dialogar com a sua prova.

Então não apenas a maioria das crianças fica completamente confusa com esse tipo de pedantismo – nada é mais confuso do que uma prova para o que é óbvio - mas até os poucos cuja intuição permanece intacta precisam então retraduzir suas ideias bonitas e excelentes para esse absurdo sistema hieroglífico para que seus professores possam dizer que elas estão "corretas". O professor então se elogia ao pensar que está tornando as mentes de seus alunos mais afiadas.

Como um exemplo mais sério, vamos tomar o caso de um triângulo dentro de um semicírculo:



A bela verdade sobre esse padrão é que não importa onde no círculo você posicione a ponta do triângulo, ela sempre forma um belo ângulo reto (eu não tenho problemas com o uso de termos como “ângulo reto” quando são relevantes para o problema e tornam mais fácil discuti-lo. Não é a terminologia em si que eu detesto, é a terminologia desnecessária e sem sentido. De qualquer forma, eu ficaria feliz de usar o termo “canto” ou até “chiqueiro” se um aluno preferir).

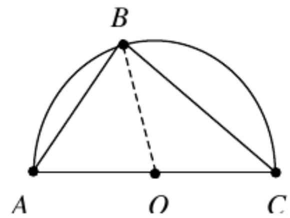


Aqui é um caso em que a nossa intuição está posta em dúvida. Não está muito claro que isso deveria ser verdade; parece até *improvável* – o ângulo não deveria mudar se eu mudo a ponta do triângulo? O que temos aqui é um fantástico problema matemático! Isso é verdade? E se for, *por que* é verdade? Que ótimo projeto! Que excelente oportunidade para exercitar a engenhosidade e a imaginação dos alunos! Só que, é claro, essa oportunidade não é dada aos alunos, cuja curiosidade é imediatamente esvaziada por isso:

TEOREMA 9.5

Considere ΔABC inscrito em um semicírculo de diâmetro $\overline{AC}$.

Então ∠ABC é um ângulo reto.



Prova:

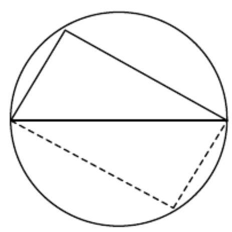
Afirmação	Prova
1. Desenhe o raio OB. Então OB = OC = OA	1. Dado
2. m∠OBC = m∠BCA m∠OBA = m∠BAC	2. Teorema do triângulo isósceles
3. m∠ABC = m∠OBA + m∠OBC	3. Postulado da soma dos ângulos
4. m∠ABC + m∠BCA + m∠BAC = 180	4. A soma dos ângulos de um triângulo é 180

5. m∠ABC + m∠OBC + m∠OBA = 180	5. Substituição (linha 2)
6. 2 m∠ABC = 180	6. Substituição (linha 3)
7. m∠ABC = 90	7. Propriedade divisiva da igualdade
8. ∠ABC é um ângulo reto	8. Definição do ângulo reto

Alguma coisa poderia ser mais feia e deselegante? Poderia algum argumento ser mais ofuscante e ilegível? Isso não é matemática! Uma prova deveria ser uma epifania dos deuses, não uma mensagem codificada pelo Pentágono. Isso é o que vem de um sentimento de rigor lógico fora de lugar: feiura. O espírito do argumento foi soterrado sob uma pilha de formalismo confuso.

A matemática não funciona assim. Jamais funcionou assim. Isso é um completo e total engano sobre a atividade matemática, que não é construir barreiras entre nós e nossa intuição, e complicar coisas simples. A matemática significa remover os obstáculos à nossa intuição, e manter simples as coisas simples.

Compare essa prova bagunçada e nada apetitosa com o seguinte argumento imaginado por um dos meus alunos do sétimo ano do ensino fundamental:



"Pegue o triângulo e o rode para que ele se torne uma caixa de quatro lados dentro de um círculo. Já que o triângulo foi girado completamente, os lados da caixa precisam ser paralelos, o que o torna um paralelogramo. E ele não pode ser uma caixa torta porque ambas as duas diagonais fazem os diâmetros do círculo, então elas são iguais, o que significa que a caixa é um retângulo. É por isso que o canto é sempre um ângulo reto."

Isso não é um verdadeiro deleite? E o sentido disso não é se esse argumento é melhor que o outro como uma ideia, o sentido é que você entende a ideia bem (na verdade, a ideia da primeira prova é bem bonita, só que é como se tivesse sido posta atrás de um vidro escuro).

Mais importante que isso, a ideia foi do próprio aluno. A sala teve um problema legal com o qual trabalhar, conjecturas foram feitas, provas foram ensaiadas, e essa foi a que o aluno fez. É claro que levou vários dias, e foi o resultado final de uma longa sequência de falhas.

Para ser franco, eu parafraseei a prova consideravelmente. A original era bem mais complicada, e continha um monte de verborragia desnecessária (assim como erros gramaticais e ortográficos). Mas eu acho que passei a ideia dela. E esses defeitos foram todos bons; eles me deram algo pra fazer como professor. Eu fui capaz de apontar vários problemas de estilo e de lógica, e o aluno pôde então melhorar o argumento. Por exemplo, eu não estava muito feliz sobre a parte das diagonais serem diâmetros – eu não achei que isso fosse muito óbvio – mas isso apenas quis dizer que havia mais para pensar e mais entendimento para ser obtido da situação. E na verdade o aluno foi capaz de preencher essa lacuna muito bem:

> "Ja que o triângulo foi todo girado, a ponta precisa acabar bem do outro lado de onde começou. É por isso que a diagonal da caixa é o diâmetro do círculo."

Então: um grande projeto e uma bela obra de matemática. Eu não tenho certeza sobre quem ficou mais orgulho: o aluno ou eu. Esse é exatamente o tipo de experiência que eu quero os meus alunos tenham.

O problema com o currículo padrão de geometria é que a experiência pessoal, privada de ser um artista foi virtualmente eliminada. A arte da prova foi substituída por um padrão rígido passo a passo de deduções formais sem inspiração nenhuma. O livro didático apresenta um conjunto de definições, teoremas, e provas, e o professor copia isso no quadro, e os estudantes copiam isso em seus cadernos. Então eles devem copiar isso nos exercícios. Aqueles que são rápidos em fazer disso rotina são os "bons" alunos.

O resultado é que os alunos se tornam participantes passivos do ato criativo. Eles dizem coisas para preencher um padrão de prova preexistente, não porque realmente *querem* criar uma prova. São treinados para macaquear argumentos, não fazê-los. Então não apenas eles não têm ideia do que o professor está dizendo, *eles não têm a menor ideia do que eles mesmos estão dizendo*.

Mesmo a forma tradicional na qual as definições são apresentadas é uma mentira. Num esforço de criar uma ilusão de “clareza” antes de embarcar na típica cachoeira de proposições e teoremas, um conjunto de definições é providenciado para que afirmações e suas provas possam ser tão sucintas quanto possível. Na superfície isso parece bem inócuo; por que não fazer algumas abreviações para que as coisas possam ser ditas de forma mais econômica? O problema é que as definições *importam*. Elas vêm de decisões estéticas sobre o que você, enquanto artista, considera importante. E elas são *geradas por problemas*. Fazer uma definição é ressaltar e chamar atenção para uma característica ou propriedade estrutural. Historicamente isso vem do processo de trabalhar em um problema, não como um prelúdio para ele.

O que estou dizendo é que você não começa com definições, você começa com problemas. Ninguém nunca soube o que era um número “irracional” até que Pitágoras tentou medir a diagonal de um quadrado e descobriu que ela não poderia ser representada como uma fração. Definições fazem sentido quando se chega a um ponto num argumento que torna a distinção necessária. Fazer definições sem uma motivação provavelmente *leva* a confusão.

Esse é mais outro exemplo da forma com que os alunos são blindados e excluídos do processo matemático. Estudantes precisam poder fazer suas próprias definições à medida que essa necessidade surge – eles precisam definir o debate por eles mesmos. Eu não quero alunos dizendo “a definição, o teorema, a prova”, eu quero eles dizendo “minha definição, meu teorema, minha prova”.

Fora todas essas reclamações, o verdadeiro problema com o tipo de apresentação do atual sistema é que ele é *chato*. Eficiência e economia simplesmente não constroem boa pedagogia. Eu não consigo acreditar que Euclides aprovaria isso tudo; eu sei que Arquimedes certamente não.

SIMPLÍCIO Mas espera aí um pouquinho. Eu não sei você, mas eu realmente *gostei* de geometria no ensino médio. Eu gostei da estrutura, eu gostei de trabalhar dentro do formato de prova rígida.

SALVIATI Com certeza você gostou. Você até pode ter conseguido trabalhar em alguns problemas legais ocasionalmente. Muitas pessoas gostam da aula de geometria (embora muitas mais a odeiem). Mas isso não é um ponto a favor do atual regime. Ao invés disso, é um poderoso testemunho do encantamento da matemática. É difícil arruinar completamente algo tão belo; até mesmo essa sombra fraca da matemática consegue ser às vezes interessante e satisfatória. Muitas pessoas gostam de pinte-os-números também; é uma atividade manual colorida e relaxante. Isso não transforma pinte-os-números em pintura de verdade.

SIMPLÍCIO Mas eu estou dizendo pra você que eu *gostei* mesmo.

SALVIATI E se você tivesse experimentado uma experiência matemática mais natural teria gostado ainda mais.

SIMPLÍCIO Então devemos sair numa excursão matemática livre, e os estudantes vão aprender o que eles acabarem aprendendo?

SALVIATI Exatamente. Problemas vão levar a outros problemas, técnicas vão ser desenvolvidas conforme necessário, e novos tópicos vão surgir naturalmente. E se algum problema nunca surgir em treze anos de vida escolar, quão interessante ou importante ele realmente é?

SIMPLÍCIO Você ficou maluco de vez.

SALVIATI Talvez eu tenha ficado. Mas mesmo trabalhando dentro do quadro de referências convencional um bom professor pode guiar a discussão e o fluxo de problemas de modo a permitir que os alunos descubram e inventem a matemática eles mesmos. O verdadeiro problema é que a burocracia não permite que um professor individual faça isso. Com um currículo a seguir, o professor não consegue liderar. Não deveria haver padrão algum, e nenhum currículo. Apenas indivíduos fazendo o que eles acreditam ser o melhor para seus alunos.

SIMPLÍCIO Mas então como as escolas podem garantir que os alunos tenham o mesmo conhecimento básico? E como vamos medir acuradamente seus conhecimentos relativos?

SALVIATI Elas não podem, e nós não vamos. Igualzinho à vida real. Em última instância você tem que encarar o fato de que as pessoas são diferentes, e isso é bom. De qualquer forma, não há urgência. Digamos que alguém se forme no ensino médio sem saber as fórmulas da trigonometria (como se eles se formassem sabendo agora!). E daí? Pelo menos a pessoa sairia da escola com uma ideia sobre o que a matemática realmente é, e teria visto algo belo nela.

Em Conclusão…

Como toque final na crítica do currículo padrão e serviço à comunidade, apresento o primeiro resumo *completamente sincero* do currículo de matemática:

O currículo padrão do ensino de matemática nos EUA

MATEMÁTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL I. A doutrinação começa. Os alunos aprendem que a matemática não é algo que você faz, mas algo que acontece com você. Enfatiza-se ficar sentado bem quieto, preencher tabelas e seguir instruções. Espera-se que crianças, sem qualquer vontade real ou curiosidade própria, dominem um conjunto complexo de algoritmos para manipular símbolos hindus considerados há apenas alguns séculos algo muito difícil para o adulto médio. Gasta-se bastante tempo na tabuada. Os pais, os professores e as próprias crianças estressam-se profundamente com isso.

MATEMÁTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL II. Os alunos aprendem a ver a matemática como um conjunto de procedimentos semelhantes a ritos religiosos, eternos e imutáveis. As tabelas sagradas, ou “Livros de Matemática”, são entregues e os estudantes aprendam a enfrentar os anjos mensageiros como “eles” (como em “O que eles querem aqui? Eles querem que eu divida?”). Exercícios rebuscados e artificiais são introduzidos a fim de fazer o trabalho pesado idiota da aritmética parecer agradável em comparação. Os alunos serão testados em uma ampla gama de termos técnicos desnecessários, tais como “número inteiro” e “fração própria”, sem a menor razão para fazer tais distinções. Excelente preparação para a Álgebra I.

ÁLGEBRA I. Para não perder tempo precioso pensando em números e seus padrões, este curso foca os símbolos e as regras para sua manipulação. A suave narrativa que leva dos antigos problemas da Mesopotâmia à alta arte dos algebristas da Renascença é descartada em favor de uma releitura terrivelmente quebrada, pós-moderna, sem personagens, enredo ou tema. A insistência de que todos os números e expressões sejam colocados em formas padronizadas aumenta a confusão quanto aos significados de identidade e igualdade. Os estudantes também devem memorizar a fórmula quadrática por alguma razão.

GEOMETRIA. Isolado do resto do currículo, este curso aumentará as esperanças de estudantes que querem experimentar uma matemática que faça algum sentido e em seguida, destruí-las. Notações grosseiras e confusas serão introduzidas e nenhum esforço será poupado para fazer o simples parecer complicado. O objetivo deste curso é acabar com os últimos vestígios restantes da intuição matemática natural, preparando para a Álgebra II.

ÁLGEBRA II. O tema deste curso é o uso inadequado e desmotivado da geometria de coordenadas. Seções cônicas são introduzidos em um quadro de coordenadas de modo a evitar a simplicidade estética de cones e suas seções. Os alunos aprenderão a reescrever formas quadráticas em uma variedade de formatos padronizados sem nenhuma razão aparente. Funções exponenciais e logarítmicas são introduzidas em Álgebra II também, apesar de não serem objetos algébricos, aparentemente porque elas simplesmente têm que ser colocadas em algum lugar. O nome do curso é escolhido para reforçar a mitologia da “escada”. O porquê de a Geometria ser ensinada entre a Álgebra I e sua sequência permanece um mistério.

TRIGONOMETRIA. Duas semanas de conteúdo são esticadas ao comprimento de um semestre através de desculpas masturbatórias. Fenômenos verdadeiramente interessantes e bonitos, tais como a forma como os lados de um triângulo dependem de seus ângulos, têm a mesma ênfase que abreviaturas irrelevantes e convenções obsoletas de notação a fim de impedir que os estudantes entendam alguma coisa do assunto. Os alunos aprenderão dispositivos mnemônicos como "SohCahToa" e "Assim Seja Todo Cálculo", em vez de desenvolver um sentimento natural e intuitivo para orientação e simetria. A medição de triângulos será discutida sem nenhuma menção à natureza transcendental das funções trigonométricas, ou aos consequentes problemas filosóficos e linguísticos inerentes à tais medições. Calculadoras são necessárias de modo a confundir ainda mais estas questões.

PRÉ-CÁLCULO. Uma sopa sem sentido de tópicos desconectados. Em geral uma tentativa imatura de introduzir métodos analíticos do final do século XIX em ambientes onde eles não são nem necessários, nem úteis. Definições técnicas de "limites" e "continuidade" são apresentados a fim de obscurecer a noção intuitivamente evidente de mudança suave. Como o nome sugere, este curso prepara o estudante para o cálculo, onde a fase final da ofuscação sistemática de quaisquer ideias naturais relacionadas com a forma e o movimento será concluída.

CÁLCULO. Este curso irá explorar a matemática do movimento e as melhores formas para enterrá-la sob uma montanha de formalismo desnecessário. Apesar de ser uma introdução a ambos os cálculos, diferencial e integral, as ideias simples e profundas de Newton e Leibniz serão descartadas em favor de uma abordagem mais sofisticada baseada em funções, que foi desenvolvida como uma resposta a várias crises analíticas que realmente não se aplicam neste contexto e que, naturalmente, não serão mencionadas. Disciplina a ser retomada na faculdade, em verbatim.

E aí está. A receita completa para desativar permanentemente jovens mentes – a cura perfeita para a curiosidade. O que foi que fizeram à matemática!

Há profundidade de tirar o fôlego e beleza de quebrar o coração nesta antiga forma de arte. Como é irônico que as pessoas recusem a matemática como se ela fosse a antítese da criatividade... Elas estão perdendo uma forma de arte mais antiga que qualquer livro, mais profunda que qualquer poema e mais abstrata que qualquer pintura abstrata. E é a escola que fez isto! Que triste ciclo sem fim de inocentes professores infligindo danos a alunos inocentes. Nós todos poderíamos estar nos divertindo muito mais.

SIMPLÍCIO Tudo bem, estou completamente deprimido. E agora?
SALVIATI Bem, acho que tive uma ideia sobre uma pirâmide e um cubo…

Lamentos de um matemático – a continuação

Publicado em maio de 2008 por Keith Devlin (link)

Na coluna do mês passado discuti um problema clássico de cálculo frequentemente chamado de "problema do anel de guardanapo". Apesar de parecer à primeira vista igual a qualquer um dos problemas de volumes e revoluções que professores de cálculo dão a seus alunos para praticarem seu domínio dos integrais, esse problema em particular tem uma resposta surpreendente. O volume do anel de guardanapo não depende do raio da esfera a partir da qual um cilindro é removido para criar o anel, mas apenas da altura do cilindro.

A prova que eu dei naquela coluna foi (deliberadamente) a mais comum, a de "livro didático". Não há nada difícil sobre ela, e ela é um perfeito exercício de integrais. Qualquer aluno que pode fazer esse cálculo demonstra um domínio completo da técnica para calcular o volume de uma revolução. Nenhuma engenhosidade é requerida. É uma aplicação de rotina da integração. A questão é: qual é a resposta do aluno ao ver essa resposta surpreendente? O professor de matemática Paul Lockhart esperaria – desejaria – que o aluno seria espontâneo em se perguntar "por quê?" e então buscaria uma explicação (sim, a coluna do mês passado foi um arranjo para esta. Eu devo ter assistido muitos episódios de Prison Break).

Conhecemos Lockhart na minha coluna de março, que foi dedicada à publicação, pela primeira vez, de um ensaio que ele escreveu em 2002. Nesse ensaio, Lockhart escreveu a favor de um ensino que despertasse e estimulasse a curiosidade natural dos alunos. Vamos chegar a esse argumento num instante. Agora, vejamos se conseguimos fazer como Lockhart esperaria e descobrir o que é que está acontecendo com o anel de guardanapo.

Uma vez que você tenha resolvido o problema da forma normal e encontrado a fórmula para o volume do anel de guardanapo, não leva muito para indivíduos que conhecem bem a matemática para acharem outra derivação. E tem mais: sabendo a fórmula para o volume de uma esfera, essa derivação alternativa sequer exige o uso de cálculo!

Se você ainda não conhece o problema do anel de guardanapo, você talvez queira tentar resolvê-lo sozinho sem usar cálculo. Se não quiser, você encontrará a solução (que não usa cálculo) aqui.

Reflexões sobre Lockhart

Agora de volta a Lockhart. Como eu suspeitava (e esperava), o aparecimento do ensaio de Paul gerou uma resposta enorme, parte dela para mim, mas a maior parte indo para Paul diretamente. O resto da coluna deste mês é dedicada ao resumo de alguns desses e-mails que recebemos, com um pouco de comentário editorial de minha parte e uma longa resposta por parte de Paul.

De longe a maior parte dos e-mails que eu recebi, e eu juntei quase todos que o Paul recebeu, foram amplamente congratulatórios ou de outra forma favoráveis ao ensaio. Meu foco editorial aqui, no entanto, está nas respostas que levantaram problemas com um ou mais dos argumentos que ele fez, já que eu acredito que os escritores em questão fizeram críticas válidas.

[Falando nisso, eu nunca paro de me espantar com o fato de que alguns leitores presumem que o trabalho de um editor ou de um colunista é escrever ou dar voz apenas a artigos ou opiniões com os quais se concorda totalmente. Quando eu publiquei o ensaio de Paul, escrevi: "é, francamente, uma das melhores críticas à educação de matemática do ensino fundamental e médio que eu já vi". Isso não significa que eu concordo com tudo que está no ensaio, céus! Na verdade, isso não implica que eu concorde com *nada* que ele disse, apesar de que por acaso eu concordo com muitas coisas que ele disse. Lockhart escreveu de forma eloquente e com paixão sobre um assunto com o qual ele é intimamente familiar, levantando muitos tópicos importantes. E como alguém cuja carreira incluiu tanto pesquisa matemática de alto nível quanto ensino básico de matemática, ele traz uma perspectiva que relativamente poucos membros da Associação Americana de Matemática podem dizer que tem. É por isso que eu quis trazer esse ensaio para um público mais amplo.]

Uma questão que surgiu na minha mente enquanto eu lia o ensaio de Paul era: o que podemos aprender em termos do nosso *sistema* de educação de matemática? Deixando de lado por um momento todos os prós e contras do tipo de abordagem que ele advoga, é razoável esperar que possamos dar a todos os alunos uma experiência similar? Eu temo que todos saibamos a resposta pra isso. Céus, alunos do ensino fundamental e médio têm sorte se aprendem matemática com alguém que teve mais que uma ou duas disciplinas de matemática na faculdade, quanto mais alguém que se formou nisso. E para ensinar do jeito que o Paul quer (eu acredito) é preciso ser mais que bacharel em matemática. É necessário alguém bastante parecido com ele próprio, alguém que ama a matemática e a dominou a nível profissional (uma carreira de pesquisa de sucesso como a de Paul provavelmente já é demais, apesar de certamente ajudar por vários motivos).

Embora eu adoraria ver cada aluno exposto a um pensamento matemático de verdade, sendo estimulado da forma como Paul advoga, eu acredito que isso simplesmente não é possível (não que Paul diga que é; como ele aponta em sua resposta abaixo, seu ensaio é um lamento, não uma proposta). Isso é, eu sugiro, inescapável a um nível sistêmico; não podemos negar aos professores em sala de aula uma prescrição razoavelmente bem especificada do que seguir, e temos que aceitar que muitos deles vão ser incapazes de desviar muito disso, quando muito. Isso não quer dizer que não há nada para aprender da experiência de Paul em termos de especificação do currículo. Uma boa prescrição não deveria algemar os professores. Seria uma tragédia se o sistema impedisse que instrutores talentosos dessem a seus alunos o tipo de experiência estimulante que Paul descreve. “Lamentos de um matemático” pode não ser uma proposta, mas com certeza podemos aprender muito com o que Lockhart diz.

Outra reação que tive ao ensaio foi que a abordagem de Paul está voltada para desenvolver em seus alunos um amor pela matemática enquanto uma investigação intelectual divertida e desafiante. Agora, não tenho dúvida de que para muitos de nós, a matemática é exatamente isso. Não há nada de errado em tentar cultivar isso no maior número de mentes jovens quanto for possível. Mas a matemática tem outra face. É uma das mais influentes e bem-sucedidas tecnologias cognitivas que o mundo já viu. Dezenas de milhares de profissionais no mundo todo usam a matemática todo dia na ciência, engenharia, administração, comércio, e por aí vai. Eles são bons nela, mas seu maior interesse é em sua utilização, não seu funcionamento interno. Para eles, a matemática é uma ferramenta. Mesmo que eles tivessem interesse em investigar o funcionamento interno dessa ferramenta (e há muitos que dizem não ter), eles não têm tempo para isso; os problemas que eles estão tentando resolver são urgentes. Depois que resolvem o problema do anel de guardanapo de forma rotineira, por integração, para eles o problema acabou – está resolvido – e chegou a hora de seguir em frente. Essa é a face utilitária da matemática de que falei nas minhas colunas de janeiro e fevereiro, em relação à competitividade dos EUA na economia global. Eu temo que a abordagem de Paul não serviria muito bem esses indivíduos. Exposição por alguns anos iniciais, talvez sim, e talvez um semestre ou dois depois. Mas como uma nação eu não penso que podemos nos dar ao luxo de fazer disso a norma. A indústria precisa de alguns poucos que entendam o que derivativas e integrais são, mas ela precisa de muitos que possam resolver equações diferenciais.

Como você logo verá, o próprio Paul contra-ataca isso ao fazer uma distinção entre educação do ensino fundamental e médio e a educação universitária. Pessoalmente, não estou convencido de que vai funcionar deixar todo esse "treinamento para a economia competitiva" para a faculdade, mas com certeza seria bacana – e eu acredito que isso ajudaria a manter a nossa economia competitiva – se os estudantes fossem expostos ao tipo de experiência que Paul advoga *ao longo* de suas educações em matemática, se isso fosse possível.

Eu pensei em outras coisas também enquanto li e reli os lamentos de Paul. Mas a maioria das coisas que pensei já foram ditas em alguns dos e-mails que recebi, então vou deixar essas pessoas falarem. E então Paul responderá.

O que os leitores disseram sobre os lamentos de Lockhart

Um leitor (com um Ph.D. em matemática) mandou um e-mail que parece abarcar muito do que eu penso:

"Fiquei muito impressionado com o "Lamentos de um matemático" que você recentemente postou no Devlin's Angle. Lockhart apresenta uma das versões mais puras que eu já vi de uma abordagem hedonística da educação matemática: se aprender não for divertido, não presta pra nada. Eu tenho muita simpatia por essa posição. Quando criança, eu fui atraído para a matemática precisamente por causa do lado divertido dela, com certeza não por causa da utilidade dela. Mas enquanto a abordagem hedonística é provavelmente executável ao nível de sala de aula, e talvez até de escola, a dificuldade vem quando tentamos aumentar a escala ao nível de "sistema", como o condado, o Estado, ou o país. Sistemas educacionais quase inevitavelmente significam medir resultados, uma atividade que Lockhart claramente rejeita. "Não deveria haver padrão algum, e nenhum currículo. Apenas indivíduos fazendo o que eles acreditam ser o melhor para seus alunos." (p. 39). Além disso, a matemática é realmente útil, e Lockhart com certeza vai além da conta ao dizer que essa utilidade é uma coisa secundária. Eu faço a inferência de que ele pensa que os aspectos úteis da matemática podem ser usados a qualquer momento, por qualquer pessoa imbuída do verdadeiro espírito da matemática. Talvez, mas a abordagem hedonística não corre o risco de produzir alunos que só querem resolver problemas que apelam para seus sensos de estética? E é bem verdadeiro que a matemática pode ser aplicada de forma útil por muitos que possuem pouca ou nenhuma apreciação por sua beleza. Se esse é o caso, por que a sociedade deveria gastar recursos para difundir o conhecimento dessa beleza? Alguém poderia dizer que a apreciação estética da matemática de alguma forma faz a pessoa aplicar melhor a matemática mesmo no cenário mais mundano. Eu não sei se isso é verdade, e não sei como alguém poderia buscar evidências que indiquem isso. Isso seria um grande desafio para Lockhart, com sua aversão à medição de resultados educacionais. Ele fica

reduzido a algo como "acredite em mim, essa é a melhor forma de ensinar matemática para todos os propósitos".

Essas são as objeções pragmáticas a Lockhart que me ocorrem. É claro que Lockhart não é nenhum pragmatista, e com orgulho. Mas como uma forma de repensar os mais básicos problemas da educação matemática, e como uma bomba para explodir noções convencionais, o ensaio dele é de fato muito valioso."

Outro leitor escreveu para mim:

"Paul Lockhart está certo quando diz que muito pode ser feito para melhor a educação matemática. Ele está certo quando diz que o currículo atual contém material demais e é muito pesado em fatos e habilidades que são fáceis de testar. Mas sua ideia de que a matemática é uma forma de arte pura que deveria ser apreciada e ensinada como tal está errada. Suas ideias sobre arte estão igualmente erradas. A ideia de arte como expressão livre é uma besteira romântica. Artistas são resolvedores de problemas. Eles trabalham para viver. Eles produzem, tocam música e dançam para os outros por dinheiro. Meus amigos artistas, os que fazem sucesso, estão ocupados na maior parte do tempo considerando como aperfeiçoar ou ampliar seus talentos e como vender mais.

Eu estudei design gráfico e já fiz livros, folhetos e pôsteres. Meu professor passou por mim enquanto eu trabalhava num projeto para ele um dia. "Já resolveu?", ele me perguntou. Foi aí que eu percebi que a essência da arte é a resolução de problemas… [Deixe-me apontar como] são completamente erradas [muitas ideias populares] sobre sucesso na arte: como se alguém de alguma forma nascesse com a habilidade de tocar violino ou não. O talento tem seu lugar, mas o tempo investido na tarefa é um grande determinante na conquista de tocar um instrumento e de fazer matemática. Essas artes são conquistadas no suor, e a prática não é fácil.

Se a ideia é que mais tempo deveria estar disponível para desenvolver ideias matemáticas na sala e que os professores deveriam estar sob menos pressão para cobrir técnicas, tendo mais tempo para explorar ideias com os alunos, então estou do seu lado. Mas o tipo de argumento que Paul Lockhart tem em seu ensaio não *ajuda essa causa. Além do que, já que ele destina mundo à perdição (educadores, o público, professores e editores), isso parece deixar Paul Lockhart sozinho pra fazer sua boa ação. Isso não vai funcionar."*

Outro leitor (um professor universitário) criticou Paul por ignorar a história por detrás do currículo atual de matemática:

"Do meu ponto de vista, o ensaio de Paul Lockhart seria muito mais poderoso se não fosse escrito num vácuo histórico total. Ao mesmo tempo que Lockhart lamenta o formalismo estéril com o qual os cursos de matemática foram ensinados e continuam a ser ensinados, ele não faz nenhuma referência ao fato de que o currículo tradicional de matemática foi demolido pelo formalismo excessivo e as abstrações da nova matemática SMSG na forma como foi incorporada nas séries de livros Houghton Miffin, co-escritas por Mary P. Dolciani. Essa aparente ignorâcia de Lockhart provavelmente vem do fato de que ele foi educado com os livros no estilo Dolciani, e ele pode não estar ciente dos livros anteriores."

Finalmente, outro escritor (também um professor universitário), citou a seguinte passagem do lamento de Lockhart:

"Pondo toda a metáfora de lado, a aula de geometria é de longe a coisa mais mentalmente e emocionalmente destrutiva em todo o currículo de matemática. Outros cursos de matemática podem esconder o pássaro do canto bonito ou colocá-lo numa gaiola, mas na aula de geometria ele é aberta e cruelmente torturado (aparentemente eu não consigo deixar a metáfora de lado)."

O escritor então escreveu:

"Eu não estou sozinho entre Ph.D.'s em matemática para os quais a geometria euclidiana tradicional baseada em provas, mesmo com suas idiotices, foi a primeira real introdução a toda uma vida de matemática. E comunicação de geometria, geometria baseada em provas, segue sendo um dos meus tópicos favoritos mesmo que nenhum trabalho meu seja de geometria. O tema é bonito e a lógica, o raciocínio dedutivo semiformal, permanece o mesmo – e é imensamente importante para o pensamento humano – através de milênios. O fato de que ele foi eliminado – ou distorcido para além do razoável – da preparação universitária de vários estudantes

que provavelmente irão para a universidade beira o pecaminoso."

Apesar dessa passagem ser parte de uma mensagem que foi extremamente crítica em relação ao ensaio de Lockhart, não tenho certeza se nesse ponto os dois estão um contra o outro em princípio, embora eu esteja definitivamente do lado de Lockhart à medida que nos opomos à "prova formal" como ela é tão frequentemente praticada em salas de aula, à medida que ao meu ver o escritor desse e-mail vê que existe algum benefício (presumivelmente um de escala) no que é às vezes chamado de "prova receita de bolo".

Lockhart responde

Primeiramente, deixe-me usar essa oportunidade para agradecer Keith por se oferecer para publicar o meu ensaio, e muito obrigado a todos vocês que me escreveram com seus comentários e questionamentos. Suas respostas têm sido absolutamente maravilhosas.

Eu gostaria de começar lembrando os leitores de que o que eu escrevi foi um lamento, não uma proposta. Eu não estou defendendo nenhum plano de ação em particular; eu estou simplesmente descrevendo o estado de coisas extremamente triste e doloroso (e que provavelmente é um caso perdido) da forma como eu o vejo: matemáticos não estão interessados em ensinar crianças, e professores não estão interessados em fazer matemática.

Se estou defendendo alguma coisa, é apenas a ideia óbvia (e testada através do tempo) de que se deve "aprender ao fazer". Se eu tenho um método, é apenas transmitir meu amor pelo tema com sinceridade, e inspirar meus alunos a se envolver com uma aventura maravilhosa e fascinante – a fazer matemática de verdade, e assim ganhar uma apreciação pela profundidade, sutileza, e sim, utilidade, dessa atividade quintessencialmente humana. Essa ideia é realmente tão estranha e radical assim? Chegamos mesmo a um ponto em que eu tenho que argumentar a favor de um ensino que "desperta e estimula a curiosidade natural dos estudantes"? Em comparação com o quê? Eu pensei que essa era a *definição* de ensinar!

Eu considero um pouco frustrante que eu tenha que defender uma ideia tão simples e natural quanto fazer os alunos realmente praticarem a matemática. Não deveriam ser os proponentes do atual regime a defender seu sistema bizarro, explicando por que escolheram eliminar da sala de aula as ideias reais da disciplina? Você diz que eu faço uma abordagem hedonística da educação matemática? Eu a chamo de abordagem matemática da educação matemática!

O que eu acho tão patético no nosso sistema de educação matemática é que ele reduz uma forma de arte humana viva, criativa e bagunçada a um conjunto estéril de notações e procedimentos, e então tenta treinar os alunos para dominá-las e se tornarem "tecnicamente hábeis". É claro que isso falha mesmo em seus próprios termos porque não há uma narrativa coerente – o professor não sabe de onde veio o logaritmo natural, qual é a história de seu problema, o que significa dentro do contexto da matemática moderna; só sabe que vai cair na prova e os alunos precisam "saber" fazê-lo. E aí os alunos enfiam algumas fórmulas na cabeça por um dia ou dois, passam na prova, e prontamente esquecem-nas. É claro que a maioria das pessoas não consegue reter informações hieroglíficas secas e sem sentido em cuja criação ou contextualização elas não tiveram nenhum papel, então elas são classificadas pelo professor (e por elas mesmas) como "ruins em matemática" (eu me preocupo que a matemática mais talentosa dos nossos tempos seja uma garçonete em Tulsa, Oklahoma, que se considera ruim em matemática).

Qual é o objetivo da matemática no ensino fundamental e médio?

Uma coisa que parece ser recorrente nas discussões do meu ensaio é essa ideia de que se deve treinar a força de trabalho do século XXI para ser responsiva às necessidades da indústria e ser "competitiva na economia global". Eu não sou um economista, mas me parece que esse é mais um trabalho da educação ao nível universitário, não do ensino fundamental e médio com o qual o meu ensaio está abertamente preocupado. É claro (como você pode facilmente imaginar) eu tenho bastante a dizer sobre o desastroso estado da educação no nível universitário, mas talvez isso mereça uma discussão à parte (eu tenho, contudo, recebido numerosos e-mails de alunos de universidade e pesquisadores em matemática e ciências naturais que sentem que o meu ensaio acertou na mosca para eles também). Então vamos guardar a discussão econômica para outra hora.

Então a questão é, qual deveria ser o objetivo do ensino fundamental e médio? Ou, para colocar isso em palavras mais inflamadas, que categorias da experiência humana você quer que escondam dos seus filhos? Tem algum outra "investigação intelectual divertida e desafiante" que você quer evitar que o seu filho conheça? Pintura e música não parecem ser muito práticas, nem a literatura ou a poesia. Por que a sociedade deveria gastar recursos para difundir o conhecimento de qualquer tipo de beleza? Santo Deus, tem tanta besteira não-industrial e não-lucrativa às quais nossas jovens unidades econômicas estão sendo inutilmente expostas!

Mas falando sério, estamos realmente dizendo que introduzir crianças à matemática e ajudá-las a desenvolver uma estética matemática é algo ruim? Inspiração, admiração e alegria só podem levar a resultados positivos. E é especialmente valioso ter esse tipo de energia e entusiasmo quando você está aprendendo a dominar uma nova habilidade técnica. Praticar uma nova escala é muito mais fácil quando ela faz parte de uma bela, interessante e desafiante obra musical.

Veja bem: uma criança só vai ter um professor de verdade pela vida toda. Ela própria! Eu vejo que o meu papel não é treinar, mas expor os meus alunos a uma ampla gama de ideias e possibilidades; abrir novas janelas. Fica a cargo de cada um de nós sermos estudantes – ter zelo e interesse, praticar, determinar e atingir objetivos artísticos e científicos. As crianças já sabem como aprender: você brinca um pouco e se diverte e enfrenta dificuldades e descobre as coisas por você mesmo. Adultos não precisam segurar crianças pelas pernas para fazê-las aprender a andar; as crianças andam quando tem alguma coisa interessante na sala à qual elas querem ir. Então um bom professor é alguém que "coloca coisas interessantes na sala", digamos assim.

Não? Tudo bem. Eu proponho um currículo para leitura em que cada aluno primeiro aprenda todas as palavras que começam com a letra 'A' e depois sigam pelo alfabeto. O curso seria dividido em 26 unidades, e naturalmente ninguém poderia “pular” para a aula avançada 'Q' sem antes passar na aula pré-requisito 'P' (ler livros de verdade viria muito mais tarde, é claro). Eu me pergunto por que não fazemos isso agora? Será que é porque pais e professores de fato leem de vez em quando, então eles sabem o que importa e o que não importa? Mas a única fonte de informação sobre o que matemática realmente é vem da própria escola: a fotocópia de 37ª geração dos mesmos erros, o loop de feedback perpétuo da escola de matemática.

Suponha que o diabo ofereça para você um acordo: seu filho vai ganhar uma nota perfeita no vestibular, mas nunca mais vai ler um livro por prazer. Eu gostaria de acreditar que nenhum pai ou mãe faria esse acordo. Mas quantos não apertariam a outra mão do diabo com um sorriso no rosto? A matemática não é algo que nós queremos que nossos filhos gostem. É algo que queremos que eles aguentem.

Matemática pura ou aplicada?

Outra coisa que me impressiona é quão frequentemente sou colocado no lado errado de algum tipo de debate como Pura vs. Aplicada, ou Arte vs. Tecnologia. Eu sempre os entendi como falsas dicotomias. A matemática é um tema incrivelmente rico e diverso. Não podemos gostar de todos os tons e texturas? Além do que, o que poderia ser mais útil do que uma vida inteira de entretenimento gratuito?

Como Salviati diz, só porque eu não quero que o pêndulo esteja demais para um lado isso não quer dizer que eu o quero todo do outro lado. Eu busco um equilíbrio. Não podemos ter teoria e prática, beleza e utilidade? Eu posso ser chamado de matemático “puro”, mas isso não me impede de gostar de eletrônicos e de carpintaria (e pintura a óleo, falando nisso). E sim, artistas são resolvedores de problemas. E a resolução de problemas é uma arte! Aliás, muitas pessoas (como eu) gostam de desenhar e pintar e tocar música por diversão; nem todos os artistas fazem isso por dinheiro.

A distinção entre Pura e Aplicada é uma que eu odeio. A única distinção que me interessa é a Criatividade / Automação. Seja lá o que estiver fazendo, provando um teorema abstrato sobre conjuntos ou calculando a solução aproximada para uma equação diferencial, ou você está sendo um ser humano criativo atrás da sua curiosidade ou está automaticamente seguindo uma receita com a qual você não se importa, e que não entende. Esse é o problema para mim. E se tudo que você quer é executar um algoritmo mecânico rápida e acuradamente, não é para isso que temos máquinas?

O que quero dizer é que agora não temos nem romance nem utilidade – nada a não ser uma porcaria distorcida de vocabulário pseudomatemático, símbolos e procedimentos absurdos. É como se algum Capitão Cook extraterrestre acidentalmente deixasse para trás um transferidor e uma tabela de logaritmos, e a matemática de escola é o "culto" que os nativos reconstruíram. O regime utilitarista atual é uma falha total. Não apenas os alunos não fazem a menor ideia do que a matemática realmente é, eles sequer conseguem lembrar de nenhuma dessa informação "útil" de uma semana pra outra. É isso que acontece quando você remove a narrativa coerente; e é claro que é isso que acontece quando você tira os alunos do processo criativo.

Finalmente, em resposta ao meu amigo matemático, é claro que eu não faço objeção ao formalismo em si. Na verdade, muito pelo contrário. O surgimento do formalismo na matemático é um desenvolvimento crucial (e belo!). Mas há uma grande diferença entre um grupo profissional de filósofos matemáticos (por exemplo, Euclides, Weierstrass) tentando formalizar e axiomatizar o estado corrente de um tema, e uma sala cheia de adolescentes pensando seriamente sobre triângulos e quadrados pela primeira vez em suas vidas. Minha reclamação (sobre a geometria de Ensino Médio) é que o formalismo vem cedo demais, e não vem dos próprios alunos. E eu não menciono as razões ou a história por detrás do desastre atual porque sinceramente não me importa qual comitê de idiotas fez o quê quando; eu me importo com as crianças e com a matemática.

E eu certamente me importo com a medição de resultados educacionais. Mas o que é um "resultado educacional"? O brilho nos olhos dos meus alunos, junto com argumentos expressos de forma bela e sincera, são os resultados que eu preciso.

Continua…

Não necessariamente na minha coluna, mas ao longo de nossa profissão, espero. Muito obrigado, Paul. E obrigado a todos que nos escreveram.

Como aprendemos matemática?

Publicado em dezembro de 2008 por Keith Devlin (link)

Um matemático (pelo menos eu e outros para quem fiz a pergunta) aprende matemática do jeito que as pessoas aprendem a jogar xadrez. Primeiro aprendemos as regras do xadrez. Essas regras não têm nada a ver com nossa experiência cotidiana. Elas não fazem sentido. Elas são simplesmente regras de xadrez. Para jogar xadrez, você não precisa entender as regras ou saber de onde elas vieram ou o que elas "significam". Você simplesmente tem que segui-las. Nas nossas primeiras tentativas de jogar xadrez, seguimos as regras cegamente, sem nenhuma sacada ou entendimento sobre o que estamos fazendo. E, a não ser que joguemos contra um outro iniciante, sairemos derrotados. Mas aí, depois que jogamos alguns jogos, as regras começam a fazer sentido para nós – nós começamos a *entendê-las*. Não em termos de alguma coisa no mundo real ou de nossa experiência prévia, mas nos termos do próprio jogo. Eventualmente, depois que jogamos muitos jogos, as regras são esquecidas. Nós simplesmente jogamos xadrez. E isso realmente passa a fazer sentido para nós. As jogadas têm significado (no contexto do jogo). Mas isso não é o processo de construir uma metáfora. Em vez disso, é uma forma de *iniciação cognitiva auxiliada* (um termo que inventei), em que nos valemos do fato de que, através de esforço consciente, o cérebro consegue aprender a seguir regras arbitrárias e sem sentido, e aí, depois que nosso cérebro tem experiência suficiente em trabalhar com essas regras, ele começa a entendê-las e elas adquirem sentido para nós (pelo menos é isso que acontece se essas regras são formuladas e relacionadas em uma estrutura que possibilita isso).

Isso, como eu digo, é a forma como eu e (pelo menos alguns, se não a maioria ou todos) outros matemáticos profissionais aprendem matemática ou se familiarizam com novas áreas dela. (Não em todos os casos, claro. Às vezes já vemos desde o começo do que se trata o jogo). Com frequência, depois de termos aprendido as regras de uma nova lógica, podemos ligá-la a coisas que conhecíamos anteriormente. Podemos, em outras palavras, construir um mapa metafórico ligando o novo ao velho.

Mas isso é possível depois que completamos a iniciação auxiliada. Não é assim que aprendemos. De maneira similar, jogadores profissionais de xadrez descrevem suas jogadas em termos de metáforas militares, usando termos como “ameaça”, “avanço”, “recuo”, e “reforço”. Mas nenhum desses termos faz sentido quando um iniciante está aprendendo a jogar pela primeira vez. A metáfora com o mundo real aqui *depende* de um entendimento relativamente avançado de xadrez, ela não *leva* a esse entendimento.

(…) Como Leron e outros demonstraram, uma proporção significativa de *estudantes universitários de matemática* não conhece o conceito correto de uma função.

Você conhece? Aqui vai um teste simples (esse aqui é bem mais simples que os mais profundos que Leron usou). Considere a “função duplicadora” y = 2x (ou, se você preferir uma notação mais sofisticada, f(x) = 2x). Pergunta: quando você começa com um número, o que a função faz com que ele?

Se você respondeu “ela o duplica”, você está errado. Não, nada de querer voltar atrás dizendo “Bem, o que eu quis dizer é que...”. Essa resposta original estava errada, e isso mostra que, mesmo que você “saiba” a definição correta, seu conceito mais arraigado de uma função está errado. Funções, como definidas e usadas o tempo todo na matemática, não *fazem* nada com nada. Elas não são processos. Elas *relacionam* coisas. A “função duplicadora” *relaciona* o número 14 ao 7, mas ela não *faz* nada ao 7. Funções não são processos mas *objetos* no reino da matemática. Um estudante que não entendeu e internalizou isso completamente, alguém cujo conceito fundamental de uma função é a de um processo, vai ter dificuldade com cálculo, área em que as funções são definitivamente tratadas como objetos com os quais você faz coisas – pelo menos às vezes você faz coisas com elas; mais frequentemente, você aplica-lhes outras funções, então nada está sendo feito, só mais relações entre coisas. Note que eu não estou dizendo, nem eu nem Leron, que esses estudantes não entendem a diferença entre duas noções possíveis de uma função, ou que eles não entendem o conceito correto (correto porque é esta a definição que se concordou compartilhar entre os matemáticos). O problema é, *qual é* o conceito deles de uma função?

Isso não é um problema trivial. Como os matemáticos aprenderam ao longo de muitos séculos, definições importam. Distinções minuciosas importam. Conceitos importam. Trabalhar com os conceitos certos faz diferença. Se você faz uma pequena mudança em uma das regras do xadrez você vai acabar com um jogo bem diferente, e é o mesmo no jogo (baseado em regras) que chamamos de matemática. Em ambos os casos, o jogo alternativo provavelmente será desinteressante e inútil.